

# Value at Risk (Rizičnost vrijednosti)

Teorija i primjena na međunarodni portfelj  
instrumenata s fiksnim prihodom

Dražen Mikulčić

*Izdaje:*

Hrvatska narodna banka  
Direkcija za izdavačku djelatnost  
Trg hrvatskih velikana 3, 10002 Zagreb  
Telefon centrale: 4564-555  
Telefon: 4922-070, 4922-077  
Telefaks: 4873-623

*Web adresa:*

<http://www.hnb.hr>

*Glavni urednik:*

dr. sc. Evan Kraft

*Uredništvo:*

dr. sc. Ante Babić  
mr. sc. Igor Jemrić

*Urednica:*

mr. sc. Romana Sinković

*Grafički urednik:*

Božidar Bengez

*Prijevod:*

Vlatka Pirš

*Lektura:*

Dragica Platužić

*Suradnica:*

Ines Merkl

*Tisak:*

Poslovna knjiga d.o.o., Zagreb

Molimo korisnike ove publikacije da prilikom korištenja podataka obvezno navedu izvor.

Tiskano u 400 primjeraka

ISSN 1332-2168

Dražen Mikulčić

## Value at Risk (Rizičnost vrijednosti)

### Teorija i primjena na međunarodni portfelj instrumenata s fiksnim prihodom

#### Sažetak

26. veljače 1995. do Kraljice Velike Britanije došla je vijest da je Barings PLC, 233 godine stara i ugledna banka otišla u stečaj. Pad se banke, po svemu sudeći, pripisuje jednom jedinom trgovcu, 28-godišnjem Nicholasu Leesonu, koji je trgujući derivatima, izgubio 1,3 milijarde američkih dolara. Dioničari Baringsa podmirili su cijeli trošak tog gubitka.

Razdoblje nakon 1973. karakterizira iznimna volatilitnost tečaja (zbog ukidanja fiksnoga tečajnog sustava) i rast broja derivatnih instrumenata koji služe za upravljanje rizicima promjena cijena različitih financijskih instrumenata. Moderni derivatni instrumenti poput terminskih ugovora, *futures* ugovora, swapova i opcija olakšavaju upravljanje tečajnim, kamatnim i ostalim rizicima. Oni se mogu upotrebljavati za neutraliziranje rizika postojećih instrumenata, pozicija i portfelja jer se njihovi tokovi novca i vrijednosti mijenjaju s promjenama kamatnih stopa i cijena strane valute. Nažalost, instrumenti koji su idealni za neutralizaciju rizika, istodobno su idealni i za posve špekulativne svrhe.

Uvođenje derivatnih instrumenata bilo je popraćeno povećanim opsegom trgovanja gotovinskim instrumentima i vrijednosnim papirima i koincidiralo je s rastom vanjskotrgovinske razmjene i povećanim međunarodnim financijskim povezivanjem kompanija. Rezultat tih trendova očituje se u činjenici da mnoge tvrtke imaju portfelje koji uključuju velik broj gotovinskih i derivatnih instrumenata. Zbog velikog broja i kompleksnosti tih gotovinskih i derivatnih instrumenata često nije očita veličina rizika u portfeljima tvrtki. Prošlih su godina neke od najvećih svjetskih financijskih kuća izgubile milijarde dolara na financijskim tržištima. Izvlačenje iz teškoća štedno-kreditnih zadruga (*Savings & Loans*), osporavani swapovi tvrtke *Procter & Gamble*, medijski eksponirani gubici tvrtke *Orange County*, te propast banke *Barings and Daiwa* u Sjedinjenim Državama potvrdili su vitalnu važnost sistematičnog pristupa upravljanju rizicima tvrtki, kontroli, izvješćivanju i objavljivanju podataka. U većini spomenutih institucija uprava je obavljala slab nadzor nad izloženošću tržišnim rizicima.

*U bavljenju tim problemom vodeće svjetske banke i financijska poduzeća okreću se rizičnosti vrijednosti, kao jednostavnoj metodi za izračunavanje i kontrolu tržišnih rizika.*

**JEL:** G11; G12; G15

**Ključne riječi:** value at risk; prinos; standardna devijacija, korelacija; distribucija dobiti i gubitka, simulacija, tržišni faktori

# Sadržaj

<b>Uvod</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>1. Rizičnost vrijednosti – nov standard u mjerenju rizika</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1. Što je rizičnost vrijednosti? . . . . .	1
1.2. Osnove rizičnosti vrijednosti: utvrđivanje tržišnih faktora . . . . .	3
<b>2. Metodologije rizičnosti vrijednosti</b> . . . . .	<b>3</b>
2.1. Povijesna simulacija. . . . .	3
2.2. Simulacija Monte Carlo. . . . .	3
2.3. Metoda varijance/kovarijance. . . . .	4
<b>3. Primjena na međunarodni portfelj s fiksnim prihodom</b> . . . . .	<b>5</b>
3.1. Povijesna simulacija. . . . .	5
3.2. Simulacija Monte Carlo. . . . .	6
3.3. Metoda varijance/kovarijance. . . . .	7
3.4. Sažetak . . . . .	8
<b>4. Zaključak (ili koja je metoda najbolja)</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>Dodatak 1.</b> Povijesna simulacija 400 hipotetičnih dnevnih tržišnih dobiti i gubitaka po portfelju . . . . .	13
<b>Dodatak 2.</b> Generiranje nasumičnog broja iz multivarijabilne normalne distribucije. . . . .	14
<b>Dodatak 3.a.</b> Alokacija aktualnog toka novca standardiziranim pozicijama. . . . .	15
<b>Dodatak 3.b.</b> Izračun diverzificirane rizičnosti vrijednosti za portfelj linearnih instrumenata . . . . .	16
<b>Dodatak 3.c.</b> Dekompozicija povrata po portfelju izraženom u stranoj valuti . . . . .	17
Literatura. . . . .	17

# Value at Risk (Rizičnost vrijednosti)

## Teorija i primjena na međunarodni portfelj instrumenata s fiksnim prihodom

### Uvod

Cilj je ovog rada dati detaljan pregled pojma rizičnosti vrijednosti i prikazati način njezina izračuna. Čitatelji bi se trebali upoznati s osnovnim pojmovima distribucije vjerojatnosti, statističke analize, rizika portfelja i nekim elementarnim pojmovima tržišta instrumenata s fiksnim prihodom. Ovaj rad razrađuje osnovnu teoriju na kojoj se temelji rizičnost vrijednosti i daje praktičan primjer njezina izračuna za portfelj koji se sastoji od instrumenata s fiksnim prihodom.

Rad se sastoji od četiriju dijelova:

1. Rizičnost vrijednosti – nov standard u mjerenju rizika
2. Metodologije rizičnosti vrijednosti
3. Primjena na međunarodni portfelj instrumenata s fiksnim prihodom
4. Zaključak (ili koja je metoda najbolja).

Prvi dio objašnjava što je ustvari rizičnost vrijednosti i čemu služi. Drugi dio daje pregled triju najčešće upotrebljavanih metodologija za njezin izračun: *povijesne simulacije, metode varijance i kovarijance i simulacije Monte Carlo*, dok se u trećem dijelu opisuje praktičan primjer izračuna rizičnosti vrijednosti portfelja instrumenata s fiksnim prihodom, pomoću svih spomenutih metoda. U četvrtom se dijelu uspoređuju tri različita pristupa i daju konačni komentari.

## 1. Rizičnost vrijednosti – nov standard u mjerenju rizika

### 1.1. Što je rizičnost vrijednosti?

Kad je Dennis Weatherstone bio predsjedajući tvrtke J. P. Morgan, zahtijevao je da mu se svakodnevno nakon završetka poslovnog dana<sup>1</sup> podnosi izvješće od jedne stranice, koje će ukratko prikazivati izloženost tvrtke kretanjima na tržištu i koje će pružati solidnu procjenu potencijalnih gubitaka tijekom sljedeća 24 sata. Ta je procjena postala poznata kao “rizičnost vrijednosti”.

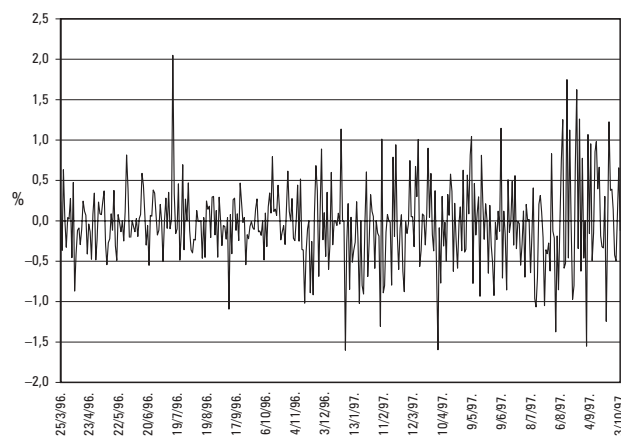
Danas se mnoge banke, brokerske kuće i fondovi koriste sličnim metodama za mjerenje svoje tržišne izloženosti. Regulatorna tijela mogu nametnuti provedbu tog sustava, s obzirom na to da mogu određivati potrebnu razinu adekvatnosti kapitala na osnovi rizičnosti vrijednosti banaka. U Sjedinjenim Američkim Državama agencije za rangiranje, poput *Moody's* i *Standard and Poor's (S&P)*

te Odbor za financijske računovodstvene standarde i Komisija za vrijednosnice i burze poduprli su sustav rizičnosti vrijednosti. Dakle, pogledajmo što je ustvari rizičnost vrijednosti!

*Rizičnost vrijednosti je jedinstvena, sažeta, statistička mjera mogućih portfeljnih gubitaka. Rizičnost vrijednosti izražava očekivani maksimalni gubitak (ili najgori gubitak) tijekom određenog razdoblja unutar statistički definiranog područja prihvaćanja.*

Uz određena matematička pojednostavnjenja pri izračunu, rizičnost vrijednosti zbraja sve rizike određenog portfelja u jedinstven broj primjeren za upotrebu na razini uprave, radi izvješćivanja regulatornih tijela ili objavljivanja u godišnjim izvješćima. Pogledajmo na primjer Sliku 1. koja prikazuje 400 dnevnih povrata po tečaju FRF/USD u razdoblju između ožujka 1996. i listopada 1997. Dnevni povrati (tj. dnevne stope prinosa) varirali su između niskih –1,8 posto i visokih 2,2 posto. Postavimo sad te dnevne prinose u pravilnim razmacima od najnižih do najviših brojeva i izbrojimo koliko promatranja ide u svaki od njih.

Slika 1. Povrat po tečaju FRF/USD



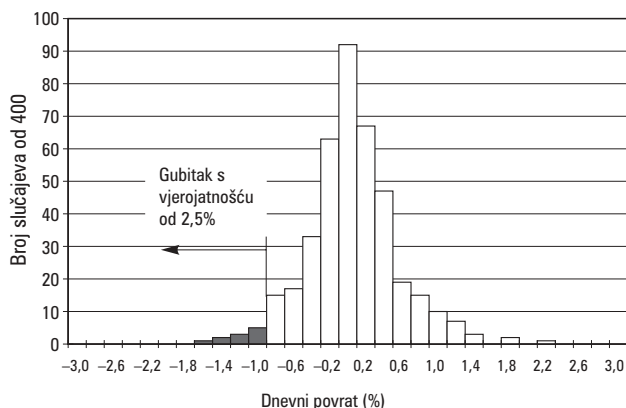
Na primjer, jedno je promatranje ispod –1,6 posto, sljedeća dva između –1,6 posto i –1,4 posto itd. Na taj način možemo konstruirati “distribuciju vjerojatnosti” dnevnih stopa povrata, koja pokazuje koliko je takvih slučajeva određenog niza zabilježeno u prošlosti. Takva je distribucija prikazana na Slici 2.

Za svaku stopu povrata možemo izračunati vjerojatnost ostvarivanja niže stope povrata. Uzmimo razinu prihvaćanja od  $a = 97,5$  posto. Za tu razinu prihvaćanja možemo na grafikonu pronaći točku prema kojoj postoji vjerojatnost od 2,5 posto da će se ostvariti niži prihod. Na Slici 2. taj je broj –0,8 posto. Uzrok je tome što svi slučajevi stopa povrata manjih od –0,8 posto čine 2,5 posto ukupnog

1 Reed (1996), str. 2.

broja dana, odnosno 10 od 400 dana. Sada možemo izračunati rizičnost vrijednosti pozicije francuskog franka trenutne vrijednosti od, recimo, 100 milijuna USD. Postoje 2,5-postotni izgledi da će vrijednost te pozicije pasti za više od 100 milijuna USD puta 0,8 posto, odnosno 800 000 USD u sljedeća 24 sata. Ukoliko pretrpljeni gubitak manji od 2,5 posto vremena smatramo gubitkom zbog "nenormalnih" tržišnih kretanja, tada 800 000 USD dijeli gubitke zbog nenormalnih tržišnih kretanja od gubitaka zbog normalnih tržišnih kretanja. Ako vjerojatnost od 2,5 posto

Slika 2. Mjerenje rizičnosti vrijednosti



uzmemo kao limit za definiranje gubitaka zbog normalnih tržišnih kretanja, 800 000 USD je (približna) rizičnost vrijednosti.

Izbor od 2,5 posto jest proizvoljan. Poslovne banke objavljuju svoje rizičnosti vrijednosti s različitim inkompatibilnim parametrima. Na primjer, *Bankers Trust* uzima 99-postotnu razinu; *Chemical and Chase* 97,5 posto; *Citybank* 95,4 posto, a *J. P. Morgan* 95 posto.<sup>2</sup> Međutim, ako je distribucija normalna, različite je mjere moguće konvertirati u zajednički broj, kao što ćemo pokazati nešto poslije.

Izbor razdoblja držanja, od jednog mjeseca ili jednog dana, također je relativno subjektivan. U slučaju bankovnih portfelja kojima se aktivno trguje i sredstva kojih su uložena u visokolikvidne valute, moglo bi biti prihvatljivo razdoblje držanja od jednog dana. Za investicijskog menadžera koji izvještava i obavlja rebalans na tromjesečnoj osnovi, 90-dnevno razdoblje bit će primjerenije. Idealna je situacija kad razdoblje držanja odgovara najdužem razdoblju potrebnom za urednu likvidaciju portfelja. Portfelj visokolikvidnih valuta bit će jednostavniji za zatvaranje nego portfelj investiran u dionice s tržišta u nastajanju. U prvom se slučaju u trenutku može izvršiti transakcija vrijedna desetine milijuna dolara; u drugom slučaju postupak pronalaženja stranaka zainteresiranih za isti iznos može trajati danima ili tjednima. Sa stajališta regulatornog tijela odabrano bi razdoblje trebalo odražavati kompromis između troškova čestog monitoringa i koristi od rane detekcije potencijalnih problema.

Pošto smo pokazali koje su varijable važne za izračun rizičnosti vrijednosti, možemo dati formalnu definiciju tog pojma. Uz vjerojatnost od  $x$  posto i razdoblje držanja od  $v$  dana, rizičnost vrijednosti određenog entiteta gubitak

je za koji se očekuje da će biti premašen s vjerojatnošću od samo  $x$  posto tijekom idućeg razdoblja držanja od  $v$  dana.

U tumačenju brojaka rizičnosti vrijednosti vrlo je važno imati na umu vjerojatnost  $x$  i razdoblje držanja  $v$ . Bez njih su brojke rizičnosti vrijednosti bez značenja. Na primjer, dva poduzeća koja posjeduju identične portfelje, imat će različite procjene rizičnosti vrijednosti ukoliko odaberu različite  $x$  i  $v$ . Očito je gubitak pretrpljen s 1-postotnom vjerojatnošću veći od gubitka pretrpljenog s vjerojatnošću od 5 posto. Pod pretpostavkama koje se rabe u pojedinim sustavima rizičnosti vrijednosti, on je 1,41 puta veći.<sup>3</sup> Izbor razdoblja držanja može imati još veću ulogu, s obzirom na to da je rizičnost vrijednosti izračunata pomoću  $v$  dana držanja približno  $\sqrt{v}$  puta veća od rizičnosti vrijednosti izračunate na temelju jednodnevnog razdoblja držanja. Ukoliko faktori vjerojatnosti i razdoblja držanja nisu usklađeni, brojke rizičnosti vrijednosti među entitetima (portfeljima) nisu usporedive.

U usporedbi s konvencionalnim mjerama rizika poput ročnosti, prosječnog vremena vezivanja (*duration*) ili analize jaza (*gap analysis*), rizičnost vrijednosti golem je korak naprijed jer ujedinjuje izloženost različitim izvorima rizika. Ona omogućuje investitorima uključivanje raznih vrsta imovine poput strane valute, robe i dionica, koji su izloženi ostalim vrstama rizika, različitim od kretanja kamatnih stopa.

To objašnjava zašto se rizičnost vrijednosti brzo prihvaća u institucijama koje se suočavaju s financijskim rizicima. Jedna je banka čak dobrovoljno objavila podatke koji uvelike olakšavaju izračun rizičnosti vrijednosti. U listopadu 1994. *J.P. Morgan* otkrio je svoj sustav "RiskMetrics". Taj sustav, dostupan besplatno na Internetu, pruža podatke za izračun rizičnosti vrijednosti.<sup>4</sup> Uza sve veću dostupnost opreme za osobna računala i softver koji je na raspolaganju, jednostavno se ne može naći izgovor za nekorisćenje sustava rizičnosti vrijednosti.

Unatoč svojim prednostima rizičnost vrijednosti samo je procjena tržišnog rizika. Na razini trgovanja ona je samo jedan u nizu alata za osobe koje upravljaju rizicima ili koje se bave trgovanjem. Osobe koje se bave trgovanjem i one koje se u prvim redovima bave upravljanjem rizicima, koriste se cijelim nizom grčkih slova koja označuju rizik (npr. delte, game i vege) i ocjenjuju izloženost portfelja drugim faktorima, poput promjena u korelacijama. U mnogim slučajevima oni nadilaze rizičnost vrijednosti i koriste se tehnikama simulacije radi generiranja kompletne distribucije mogućih rezultata i te podatke dopunjuju detaljnim analizama specifičnih scenarija ili *stres-testova*. Jedino okruženje u kojem se brojke rizičnosti vrijednosti rabe same jest na nadzornoj razini više uprave. Čak i na toj razini brojke rizičnosti vrijednosti često se dopunjuju rezultatima analiza scenarija, stres-testova i ostalih informacija o pozicijama.

3 Metoda varijance/kovarijance počiva na pretpostavci da su distribucije tržišnih rizičnih faktora i vrijednosti portfelja normalne. Pod tom pretpostavkom gubitak 1,645 puta premašuje standardnu devijaciju vrijednosti portfelja s vjerojatnošću od 5 posto i 2,326 puta premašuje standardnu devijaciju vrijednosti portfelja s vjerojatnošću od 1 posto. Njihov je omjer  $1,414 = 2,326/1,645$ .

4 *RiskMetrics* se za izračun rizičnosti vrijednosti koristi metodom varijance/kovarijance. Ta je metoda, uz praktičan primjer, detaljnije prikazana u daljnjem tekstu.

2 Jorion (1997), str. 19.

## 1.2. Osnove rizičnosti vrijednosti: utvrđivanje tržišnih faktora

Za izračun rizičnosti vrijednosti moramo utvrditi temeljne tržišne stope i cijene koje utječu na cijenu portfelja. Temeljne tržišne stope i cijene čine *tržišne faktore*. Potrebno je definirati ograničen broj temeljnih tržišnih faktora zato što se u suprotnom povećava kompleksnost pronalaženja kvantitativne mjere tržišnog rizika na razini portfelja. Čak i ako ograničimo našu pozornost na jednostavne instrumente poput terminskih ugovora, postoji gotovo bezbroj različitih vrsta ugovora jer je zapravo moguća bilo koja termimska cijena ili bilo koji datum isporuke. Faktori tržišnog rizika prisutni kod većine ostalih instrumenata poput swapova, kredita, opcija i egzotičnih opcija postaju sve kompliciraniji. Zbog toga je izražavanje vrijednosti instrumenata pomoću ograničenog broja temeljnih tržišnih faktora bitan prvi korak pri rješavanju problema.

Tržišni faktori obično se utvrđuju dijeljenjem instrumenata u portfelju na jednostavnije instrumente koji su direktnije povezani s temeljnim faktorima tržišnih rizika, te uzimanjem postojećih instrumenata kao portfelja jednostavnijih instrumenata. Na primjer, terminski ugovor u stranoj valuti može se podijeliti na tri jednostavna instrumenta: dvije diskontne obveznice i promptni (*spot*) tečaj. Kretanje cijena diskontnih obveznica ovisi o kamatnim stopama. U ovom slučaju, dakle, imamo tri temeljna tržišna faktora: dvije kamatne stope i tečaj.

Naravno da će vrijednosti većine postojećih portfelja ovisiti o više od tri tržišna faktora. Tipičan set tržišnih faktora može uključiti promptne (*spot*) tečajeve za sve valute u kojima poduzeće ima pozicije, zajedno sa, za svaku državu, kamatnim stopama na diskontne obveznice različitih dospijea. Poduzeće koje ima pozicije u većini valuta s kojima se aktivno trguje, kao i u određenom broju manje važnih valuta, može biti izloženo tržišnim faktorima koji broje nekoliko stotina.

## 2. Metodologije rizičnosti vrijednosti

### 2.1. Povijesna simulacija

Povijesna simulacija je jednostavan, neteoretski pristup koji zahtijeva relativno malen broj pretpostavki o statističkim distribucijama temeljnih tržišnih faktora. Ustvari, taj se pristup sastoji od uporabe povijesnih promjena tržišnih stopa i cijena za izračunavanje distribucije potencijalnih dobiti i gubitaka portfelja, te od definiranja rizičnosti vrijednosti kao gubitka koji se premašuje samo  $x$  posto vremena.

Da pojasnimo: uzima se aktualni portfelj i podvrgava aktualnim promjenama tržišnih faktora do kojih je došlo tijekom svakog od posljednjih razdoblja  $N$  (dani, tjedni ...). Odnosno, setovi hipotetičnih tržišnih faktora  $N$  dobiveni su na temelju njihovih aktualnih vrijednosti i promjena koje su nastale tijekom posljednjih  $N$  razdoblja. Pomoću tih hipotetičnih vrijednosti tržišnih faktora izračunavaju se hipotetične tržišne vrijednosti portfelja  $N$  i tada se ta vrijednost odbija od vrijednosti aktualnog portfelja kako bi se dobila distribucija dobiti i gubitaka portfelja. Uporaba aktualnih povijesnih promjena u stopama i cijenama za izračun hipotetične dobiti i hipotetičnih gubitaka

distinktivna je odlika povijesne simulacije i razlog njezina naziva. U daljnjem tekstu dajemo sažetak postupka za izračun rizičnosti vrijednosti za određeni portfelj pomoću pristupa povijesne simulacije:

1. Utvrđivanje tržišnih faktora uz ograničavanje broja faktora na što je moguće manji broj.
2. Definiranje formule koja će izražavati vrijednost portfelja u obliku jednostavnih pozicija, koje ovise o tržišnim faktorima.
3. Izračunavanje povijesne vrijednosti tržišnih faktora za posljednjih  $N$  razdoblja. Za to je obično potreban pristup bazama podataka Datastream ili Bloomberg.
4. Procjenjivanje vrijednosti aktualnog portfelja.
5. Izračunavanje povrata ostvarenih u tržišnim faktorima.
6. Izračunavanje hipotetičnih tržišnih faktora pomoću njihove aktualne vrijednosti i ostvarenih povrata.
7. Podvrgavanje aktualnog portfelja navedenim hipotetičnim tržišnim faktorima. Time se dobivaju  $N$  hipotetične vrijednosti portfelja.
8. Oduzimanje vrijednosti aktualnog portfelja od hipotetičnih vrijednosti portfelja kako bi se dobilo  $N$  hipotetičnih dobiti i gubitaka.
9. Svrstavanje tih vrijednosti redom od najvećega gubitka do najveće dobiti.
10. Odabiranje gubitka koji je jednak ili premašen za  $x$  posto vremena, pri čemu je  $x$  predeterminirana, prije spomenuta, razina vjerojatnosti. Tako bi, na primjer, to bio dvadeseti najgori gubitak ukoliko je broj razdoblja ( $N$ ) iznosio 400, uz razinu signifikantnosti od 5 posto. To daje mjeru za rizičnost vrijednosti. Na histogramu dobiti i gubitaka (na primjer na Slici 2.) rizičnost je vrijednosti gubitak koji ostavlja  $x$  postotaka vjerojatnosti na lijevom kraju.

Metoda povijesne simulacije zaobilazi neke od teškoća metode varijance/kovarijance. Naime, ona se ne oslanja na pretpostavke uobičajene distribucije povrata, nepromijenjenih korelacija i nepromijenjenih delti, koje su opisane u daljnjem tekstu. Pomoću povijesnih povrata u ovoj se metodi obuhvaća nenormalna distribucija povrata faktora rizika. To znači da se rijetke događaje i slomove može uključiti u rezultate. Međutim, ukoliko je previše rijetkih događaja uključeno u povijesno razdoblje promatranja (odnosno, ako je to razdoblje predugačko), oni mogu na dnevnoj osnovi umanjiti koristi rizičnosti vrijednosti kao sredstva za upravljanje rizicima nepotrebnom distorzijom distribucije. Ukoliko je razdoblje promatranja prekratko, portfelj rizičnosti vrijednosti bit će podcijenjen zbog premalog broja podataka koji su uključeni u razdoblje promatranja.

Metodom povijesne simulacije također se može obuhvatiti nelinearna priroda opcija i proizvoda sličnih opcijama, kao i dinamična priroda korelacije i scenarija u slučajevima kad pucaju uobičajene korelacijske veze.

### 2.2. Simulacija Monte Carlo

Metoda simulacije Monte Carlo vrlo je slična metodi povijesne simulacije, s tom razlikom što se hipotetične promjene tržišnih faktora ne stvaraju na temelju prošlih opaženih promjena tržišnih faktora, već se nasumce uzimaju iz statističke distribucije koja na adekvatan način predstav-

lja aktualna statistička svojstva promjena tržišnih faktora. Obično se velik broj nasumce generiranih simulacija (recimo 10.000) pušta unaprijed u vremenu i pritom se rabe procjene promjenljivosti i korelacija koje su odabrale osobe odgovorne za upravljanje rizicima. Svaka je simulacija drugačija, ali u ukupnosti simulacija dostiže odabrane statističke parametre (tj. povijesne distribucije i procjene promjenljivosti i korelacija). Metodologija se može sažeti kako slijedi:

1. Utvrđivanje tržišnih faktora.
2. Definiranje formule koja će izraziti vrijednost portfelja u obliku jednostavnih pozicija, koje ovise o tržišnim faktorima.
3. Odabiranje odgovarajuće distribucije za povrate po tržišnim faktorima.
4. Procjenjivanje parametara (promjenljivosti i korelacija) navedene distribucije.
5. Uz pomoć generatora nasumičnog broja simuliranje velikog broja (više od 1.000) hipotetičnih povrata po tržišnim faktorima.
6. Izračunavanje hipotetičnih tržišnih faktora pomoću njihovih aktualnih vrijednosti i simuliranih povrata.
7. Podvrgavanje aktualnog portfelja tim hipotetičnim tržišnim faktorima.
8. Oduzimanje vrijednosti aktualnog portfelja od hipotetičnih tržišnih faktora da bismo dobili hipotetične dobiti i gubitke.
9. Iskazivanje tih vrijednosti redom od najvećega gubitka do najveće dobiti.
10. Odabiranje gubitka koji je jednak ili premašen  $x$  posto vremena kako bi se dobila procjena rizičnosti vrijednosti.

Analiza Monte Carlo daleko je najbolja metoda za izračun rizičnosti vrijednosti. Ona objašnjava širok raspon rizika, uključujući nelinearni cjenovni rizik, rizik promjenljivosti te čak i rizik modela. Može sadržavati vremensku varijaciju promjenljivosti, zadržane krajeve i ekstremne scenarije.

Najveći je nedostatak ove metode trošak izračuna. Ukoliko se generira 1.000 uzoraka s portfeljem imovine od 1.000, ukupan broj procjena iznositi će 1 milijun. Kad cjelokupna procjena imovine postane kompleksna, ova metoda ubrzo postaje previše problematična za često provođenje.

### 2.3. Metoda varijance/kovarijance

Ovaj se pristup temelji na pretpostavci da tržišni faktori imaju multivarijabilnu normalnu distribuciju. Uz tu pretpostavku, i neke pretpostavke navedene u daljnjem tekstu, moguće je odrediti distribuciju tržišne vrijednosti portfelja dobiti i gubitaka, koja je također normalna. Jednom kad se dođe do distribucije mogućeg portfelja dobiti i gubitaka, standardna matematička svojstva normalne distribucije rabe se za određivanje gubitka koji će biti jednak ili premašen  $x$  posto vremena, odnosno za određivanje rizičnosti vrijednosti. Na primjer, standardno je svojstvo normalne distribucije da se rezultati koji su manji od ili jednaki 1,65 standardne devijacije ispod prosjeka pojavljuju samo 5 posto vremena. Odnosno, ukoliko je u određivanju rizičnosti vrijednosti primijenjena vjerojatnost od 5 posto, tada je rizičnost vrijednosti jednaka 1,65 puta stan-

dardne devijacije promjene vrijednosti portfelja.

Ključni korak u pristupu varijance/kovarijance poznat je kao *risk mapping*. On uključuje uzimanje postojećih instrumenata i njihovog *mapiranja* u set jednostavnijih, standardiziranih pozicija ili instrumenata. Svaka od tih standardiziranih pozicija povezana je s jedinstvenim tržišnim faktorom. Na primjer, za petogodišnju državnu obveznicu temeljni su tržišni faktori šestomjesečne, jednogodišnje, dvogodišnje, ..., petogodišnje kamatne stope. Povezane su standardizirane pozicije šestomjesečne diskontne obveznice, jednogodišnje diskontne obveznice itd.

Za izračun rizičnosti vrijednosti ovom metodom, promjenljivost svakog tržišnog faktora dobiva se iz povijesnog razdoblja promatranja. Potencijalni učinak svake komponente portfelja na cjelokupnu vrijednost portfelja izvodi se tada iz komponenti delta (s obzirom na određeni tržišni faktor) i promjenljivosti tog tržišnog faktora.

Ti se učinci tada zbrajaju preko cijelog portfelja s pomoću korelacija između tržišnih faktora (koji su, isto tako, dobiveni iz povijesnog razdoblja promatranja) kako bi se izrazila ukupna volatilitnost vrijednosti portfelja. Rangiranjem promjenljivosti tržišnih faktora može se doći do željenog područja prihvaćanja rizičnosti vrijednosti. Podaci o volatilitnosti (koja se mjeri standardnom devijacijom) i korelaciji koje besplatno daje *J. P. Morgan*, mogu se upotrijebiti za ovu metodu.<sup>5</sup>

Algoritam je sljedeći:

1. Utvrđivanje tržišnih faktora.
2. Definiranje formule koja izražava vrijednost portfelja u obliku jednostavnih i standardiziranih pozicija, od kojih svaka ovisi o jedinstvenom tržišnom faktoru.
3. Procjenjivanje standardizirane pozicije po aktualnim stopama i cijenama.
4. Procjenjivanje matrice varijanci/kovarijanci povrata po tržišnim faktorima, uz pretpostavku da su opisani multivarijabilnom normalnom distribucijom.
5. Izračunavanje osjetljivosti standardiziranih pozicija na tržišne faktore.
6. Izračunavanje standardne devijacije standardiziranih pozicija množenjem standardnih devijacija tržišnih faktora s osjetljivošću odgovarajućih pozicija. Na primjer, ukoliko se pozicija mijenja za 5 posto kad se pojedini faktor mijenja za 1 posto, tada će njegova standardna devijacija iznositi pet standardnih devijacija tog faktora.<sup>6</sup>
7. Izračunavanje koeficijenta korelacije između standardiziranih pozicija. To je jednostavno učiniti s obzirom na to da je potrebno samo prilagoditi predznak faktoru korelacije radi moguće promjene smjera, odnosno s obzirom na to da je veličina korelacije jednaka. Koeficijent korelacije mijenja predznak ukoliko se vri-

5 Postoje različite metode za procjenu relevantnih volatilitnosti i korelacija tržišnih faktora. Najizravnija je jednostavna povijesna volatilitnost – pri izračunu se prošla promatranja jednako ponderiraju. Sofisticiraniji pristup sastoji se od nejednako ponderiranja prošlih promatranja. Dvije popularne metode za nejednako ponderiranje jesu Garch obitelj modela i eksponencijalno ponderirani pomični prosjek.

6 Osjetljivost instrumenta na određeni faktor ovisi o tipu pojedinog instrumenta i njegovih odlika. U slučaju opcije, osjetljivost bi bila njezina delta (tržišni faktor bio bi cijena osnovne imovine); u slučaju obveznice, to bi bilo njezino prosječno vrijeme vezivanja – *duration* (tržišni faktor bila bi odgovarajuća kamatna stopa/dobit).



jednost jedne od dviju pozicija mijenja obratno od promjena faktora.

8. Ako imamo veličine  $X_1, \dots, X_n$ , standardne devijacije  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  i korelacije  $\rho_{ij}$  ( $i=j=1, \dots, n$ ) standardiziranih pozicija, možemo izračunati varijancu portfelja prema standardnoj formuli iz teorije portfelja kao  $\sigma_{portfelj}^2 = \sum \sum X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$ , i tako je portfelj rizičnosti vrijednosti  $RV = F^{-1}(x\%) \cdot \sigma_{portfelj}$ , pri čemu je  $F^{-1}(\cdot)$  funkcija inverzne kumulativne gustoće od  $N(0,1)$  a  $x\%$  uobičajena razina vjerojatnosti.

Kao što smo vidjeli, metoda korelacije temelji se na tri osnovna pretpostavka: povrati po tržišnim faktorima normalno su distribuirani; korelacije su između faktora konstantne i delta (ili osjetljivosti cijena na promjene tržišnih faktora) svakog od sastavnih dijelova portfelja jest konstantna. Mogle bi se očekivati kritike da te pretpostavke ne prikazuju stvarnost. No, bez obzira na to, ukoliko je set standardiziranih pozicija bogat, a aktualni portfelj ne uključuje prevelik broj instrumenata koji imaju karakteristike opcija, tom se aproksimacijom ne gubi mnogo.

### 3. Primjena na međunarodni portfelj s fiksnim prihodom

Sad kad smo vidjeli što je rizičnost vrijednosti, i koji su načini njezina izračunavanja, dajemo praktičan primjer izračuna rizičnosti vrijednosti.

Analizu obavljamo s krajem radnog dana 6. listopada 1997. iz perspektive investitora sa sjedištem u SAD-u koji posjeduje portfelj instrumenata s fiksnim prihodom: trezorske zapise u američkim dolarima, depozite tržišta novca u njemačkim markama i funtama sterlinga i obveznice francuske vlade. Točan portfelj prikazan je u tablici 3.1. Budući da investitor ima sjedište u SAD-u, vrijednost portfelja imat će tendenciju fluktuiranja ne samo zbog kretanja odgovarajućih kamatnih stopa u SAD-u, Njemačkoj, Velikoj Britaniji i Francuskoj već i zbog promjenljivosti tečaja povezanih valuta prema američkom dolaru. Naše kal-

Tablica 1. Sastav portfelja

Instrument	Ročnost	Tok novca
Trezorski zapis – USD	4 mjeseca	200.000 USD
Trezorski zapis – USD	8 mjeseci	200.000 USD
Trezorski zapis – USD	1 godina	100.000 USD
Depozit tržišta novca – DEM	2 mjeseca	150.000 DEM
Depozit tržišta novca – DEM	7 mjeseci	300.000 DEM
Depozit tržišta novca – GBP	22 dana	100.000 GBP
Depozit tržišta novca – GBP	11 mjeseci	180.000 GBP

20.000 7% obveznice francuske vlade nominirane u jedinicama od 100 FRF, dospjeće za 10 mjeseci, polugodišnje kamate	4 mjeseca	20.000*FRF 3,5
	10 mjeseci	20.000*FRF 103,5

kulacije temelje se na jednodnevnom razdoblju držanja, 5-postotnoj razini vjerojatnosti ( $x = 5$  posto) i 400 dana povijesnog promatranja.

Za izračun rizičnosti vrijednosti portfelja koristimo se svim spomenutim tehnikama. Našu ćemo analizu pokušati učiniti što jasnijom. Većina tehničkih detalja nalazi se u dodatku. Tražene podatke preuzeli smo iz baze podataka *Datastream*, a sve su kalkulacije napravljene u programu *Microsoft Excel* i statističkom jeziku *OX*.

#### 3.1. Povijesna simulacija

Prvi korak sastojao se u utvrđivanju temeljnih tržišnih faktora i dobivanju formule koja izražava tržišnu vrijednost opisanog portfelja.

U našem su slučaju temeljni tržišni faktori *spot*, tj. promptni tečajevi DEM/USD, GBP/USD i FRF/USD, četveromjesečne, osmomjesečne i dvanaestomjesečne stope trezorskih zapisa u američkim dolarima, dvomjesečni i sedmomjesečni FIBOR-i (*Frankfurt Inter Bank Offer Rates*), 22-dnevni i jedanaestomjesečni LIBOR-i (*London Inter Bank Offer Rates*) te četveromjesečni i desetomjesečni PIBOR-i (*Paris Inter Bank Offer Rates*). Francuska obveznica rastavljena je na dvije komponente jer sljedeću kamatu plaća za četiri mjeseca, a posljednju s glavnicom za deset mjeseci. *Sljedeća formula izražava tržišnu vrijednost našeg portfelja:*

$$V_{portfelj} = \frac{200}{(1+r_4^A)^{4/12}} + \frac{200}{(1+r_8^A)^{8/12}} + \frac{100}{(1+r_{12}^A)^1} + \frac{DEM}{USD} \left( \frac{150}{(1+r_2^{NJ})^{2/12}} + \frac{300}{(1+r_7^{NJ})^{7/12}} \right) + \frac{GBP}{USD} \left( \frac{100}{(1+r_{22}^{UK})^{22/365}} + \frac{180}{(1+r_{11}^{UK})^{11/12}} \right) + 20 \cdot \frac{FRF}{USD} \left( \frac{3,5}{(1+r_4^F)^{4/12}} + \frac{103,5}{(1+r_{10}^F)^{10/12}} \right)$$

Formulu smo izveli rastavljajući portfelj na diskontne obveznice nominirane u američkim dolarima, britanskim funtama, njemačkim markama i francuskim francima odgovarajućih nominalnih vrijednosti. Za izračun aktualne vrijednosti portfelja upotrijebili smo aktualne vrijednosti tržišnih faktora (prikazane u Tablici 1.c, Dodatak 2.). Trenutačna je vrijednost ovog portfelja 1,368.284 američkih dolara.

Sljedeći korak bilo je dobivanje povijesnih vrijednosti tržišnih faktora za posljednjih  $N$  razdoblja, u našem slučaju 400 dana. To bi trebalo biti dovoljno da se uspiju obuhvatiti statistička svojstva serije koja se razmatra. Problem s kojim smo se suočili bio je taj da su dostupne povijesne stope obično jednomjesečne, tromjesečne, šestomjesečne ili dvanaestomjesečne. Tako da smo se, s iznimkom jednogodišnje stope trezorskih zapisa u američkim dolarima, koja je lakodostupna, morali poslužiti metodom interpolacije da bismo dobili stope poput 11-mjesečnog LIBOR-a, 7-mjesečnog FIBOR-a itd. U tu smo se svrhu koristili metodom *linearne interpolacije*. S obzirom na to da je volatil-

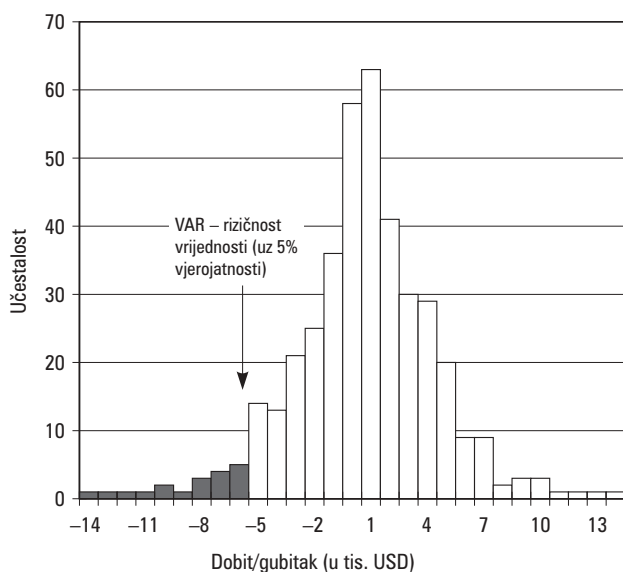
nost kratkoročnih instrumenata s fiksnim prihodom uglavnom niska, svakako mnogo niža od promjenljivosti tečajeva (koji su, usput rečeno, dostupni), nije mnogo izgubljeno u procjeni.

Na primjer, 11-mjesečni LIBOR procijenjen je interpolacijom šestomjesečnih i dvanaestomjesečnih LIBOR stopa uz pomoć sljedeće formule:

$$r_{11} = r_6 + (r_{12} - r_6) \cdot \frac{11 - 6}{12 - 6}$$

Isti postupak primijenjen je na ostale, nedostupne stope.<sup>7</sup> Nakon dobivanja svih kamatnih stopa i tečaja GBP/USD, DEM/USD i FRF/USD za posljednjih 400 dana poslovanja, izračunali smo dnevne promjene povijesnog postotka tih stopa. Zatim smo udružili promjene povijesnog postotka s aktualnim (6. listopada 1997.) tržišnim faktorima kako bismo izračunali 400 setova hipotetičnih tržišnih faktora. Potom je pomoću tih hipotetičnih tržišnih faktora izračunato 400 hipotetičnih tržišnih vrijednosti portfelja. Od svake od hipotetičnih vrijednosti portfelja oduzeli smo tržišnu vrijednost portfelja 6. listopada da dobijemo 400 hipotetičnih dnevnih dobiti i gubitaka.

**Slika 3.** Distribucija dobiti portfelja (povijesna simulacija)



U sljedećem koraku tržišna dobit i gubici poredani su od najveće dobiti do najvećeg gubitka. Tako poredana dobit i gubici prikazani su u Tablici 1., Dodatku 1. Na kraju smo odabrali gubitak koji je bio jednak ili premašen 5 posto vremena. U 400 dana to je bio dvadeseti najveći gubitak ili gubitak od 5.998 američkih dolara, koji je prikazan u tablici 1. (dodatak 1.), u retku pod brojem 381. Uz vjerojatnost od 5 posto to je rizičnost vrijednosti. Da bi se izmjerio efekt diverzifikacije, preporučuje se izračunati hi-

<sup>7</sup> Pri procjeni upotrijebljene su sljedeće stope: tromjesečne, šestomjesečne i jednogodišnje stope na trezorske zapise u američkim dolarima, te jednomjesečni, tromjesečni, šestomjesečni i dvanaestomjesečni FLBOR-i, sedmodnevni, jednomjesečni, šestomjesečni i dvanaestomjesečni LIBOR-i, te tromjesečni, šestomjesečni i dvanaestomjesečni PIBOR-i. (Sve navedene stope dobivene su na dnevnoj osnovi za razdoblje od 400 dana prije 6. listopada.)

potetičnu tržišnu dobit i gubitke zasebno po svakom instrumentu i tada ih zbrojiti za svaki dan, prije nego što ih se poreda od najveće dobiti do najnižega gubitka. Izračun rizičnosti vrijednosti trebao bi odražavati činjenicu da dobit po određenim instrumentima neutralizira gubitke po drugima. U našim analizama izračunali smo diverzificiranu (navedenu) i nediverzificiranu rizičnost vrijednosti. Pri izračunu nediverzificirane rizičnosti vrijednosti sve pozicije u određenoj valuti uzimane su kao jedan instrument, a nije izračunavana rizičnost vrijednosti za svaki instrument posebno. Izračunali smo četiri seta od po 400 hipotetičnih vrijednosti, poredali svaki set redom od najveće dobiti do najmanjeg gubitka i tada ih zbrojili. Drugim riječima, dobili smo zasebne procjene rizičnosti vrijednosti za britanski, francuski, američki i njemački portfelj te ih jednostavno zbrojili da bismo dobili nediverzificiranu rizičnost vrijednosti. Nediverzificirana rizičnost vrijednosti iznosila je 7.737 američkih dolara što je znatno više od diverzificirane rizičnosti vrijednosti. Slika 3. prikazuje distribuciju hipotetične dobiti i gubitka po našem portfelju, kao i procjenu diverzificirane rizičnosti vrijednosti.

Zanimljivo je da je doprinos procjene rizičnosti vrijednosti portfelja u britanskim funtama, francuskim franci-

**Tablica 2.** Vrijednosti portfelja i procjene rizičnosti vrijednosti

	Portfelj				Ukupan portfelj	
	u GBP	u FRF	u USD	u DEM	Nediverzificiran	Diverzificiran
<b>Vrijednost (tis. USD)</b>	281,3	350,7	484,9	251,4	1368,3	1368,3
<b>Postotak</b>	21	26	35	18	100	
<b>Rizičnost vrijednosti (5%)</b>	2,41	2,98	0,14	2,21	7,74	5,99
<b>Postotak</b>	31	38	2	29	100	

ma i njemačkim markama u ukupnoj procjeni rizičnosti vrijednosti gotovo proporcionalan njihovim doprinosima u vrijednosti ukupnog portfelja. Štoviše, rizičnosti vrijednosti portfelja u britanskim funtama, francuskim francima i njemačkim markama zajedno čine do 98 posto ukupne rizičnosti vrijednosti. S druge strane, procjena rizičnosti vrijednosti za portfelj u američkim dolarima vrlo je niska (2 posto ukupne rizičnosti vrijednosti). Razlog za to prilično je očit: u portfelju u američkim dolarima nema valutne fluktuacije. Taj je portfelj izložen jedino fluktuacijama kamatnih stopa i zato što ga čine samo trezorski zapisi (odnosno kratkoročne državne obveznice), mogla se i očekivati niža volatilnost.

### 3.2. Simulacija Monte Carlo

Još smo jednom upotrijebili isti portfelj instrumenata s fiksnim prihodom za ilustraciju pristupa. Već smo identificirali temeljne tržišne faktore i dobili formulu koja izražava tržišnu vrijednost našeg portfelja. Umjesto upotrebe povijesnih promjena tržišnih faktora, kao što je to u metodi povijesne simulacije, u ovom pristupu pretpostavljamo određenu zajedničku distribuciju promjena u tržišnim faktorima i procjenjujemo parametre te distribucije.<sup>8</sup> U ovom smo primjeru pretpostavili da postotne promjene temeljnih tržišnih faktora imaju multivarijabilnu normalnu

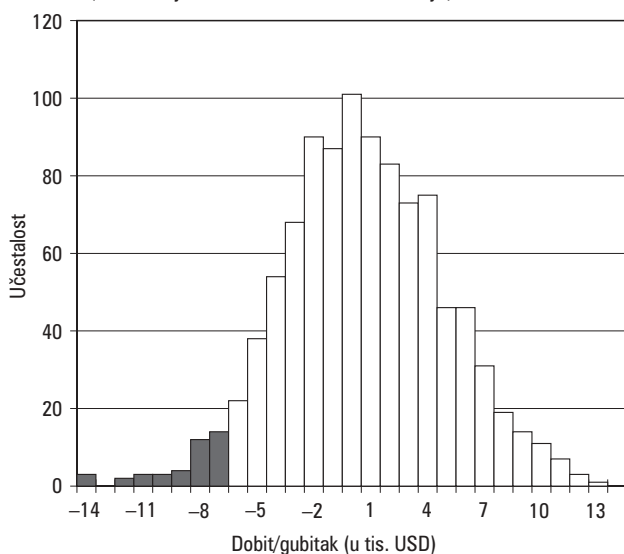
distribuciju i upotrijebili procjene standardnih devijacija i korelacija prikazane u Tablici 1., Dodatak 2.

Pretpostavljena distribucija ne mora biti multivarijabilna normalna, iako prirodna interpretacija njezinih parametara (prosjeci, standardne devijacije i korelacije) i lakoća s kojom se ti parametri mogu procijeniti govore u njezinu korist.<sup>9</sup>

Nakon odabira distribucije sljedeći se korak sastojao od korištenja pseudo-nasumičnoga generatora za stvaranje hipotetičnih vrijednosti promjena tržišnih faktora N. U tu svrhu upotrijebili smo "OX", statistički programski jezik i generirali 1.000 hipotetičnih vrijednosti promjena tržišnih faktora. Tehnički detalji postupka navedeni su u Dodatku 2.

Ostatak metode jednak je onoj korištenoj u povijesnoj simulaciji. Podvrgnuli smo aktualne vrijednosti tržišnih faktora generiranim hipotetičnim promjenama kako bismo dobili 1.000 hipotetičnih vrijednosti tržišnih faktora. Ti hipotetični tržišni faktori zatim su iskorišteni za izračun 1.000 hipotetičnih vrijednosti portfelja.

**Slika 4.** Distribucija dobiti po portfeljima (multivarijabilna Monte Carlo simulacija)



Zatim smo od svake od hipotetičnih vrijednosti portfelja oduzeli aktualnu tržišnu vrijednost portfelja 6. listopada da bismo dobili 1.000 dnevnih dobiti i gubitaka.

Naposljetku, poredali smo dobit i gubitke od najveće

dobiti do najvećeg gubitka i došli do rizičnosti vrijednosti koja predstavlja gubitak koji je jednak ili premašen 5 posto vremena. Budući da smo generirali 1.000 hipotetičnih vrijednosti, rizičnost vrijednosti bila je pedeseti najgori gubitak. Kao i u metodi povijesne simulacije, izračunali smo i diverzificiranu i nediverzificiranu rizičnost vrijednosti. Slika 4. prikazuje distribuciju hipotetske dobiti i gubitaka i rizičnost vrijednosti diverzificirane pozicije.

Sažetak je prikazan u sljedećoj tablici:

**Tablica 3.** Vrijednosti portfelja i procjene rizičnosti vrijednosti

	Portfelj				Ukupan portfelj	
	u GBP	u FRF	u USD	u DEM	Nediverzificirani	Diverzificirani
<b>Vrijednost (u tis. USD)</b>	281,3	350,7	484,9	251,4	1368,3	1368,3
<b>Postotak</b>	21	26	35	18	100	
<b>Rizičnost vrijednosti (5%)</b>	2,56	3,44	0,12	1,86	7,97	6,69
<b>Postotak</b>	32	42,5	1,5	23	100	

Rezultati su vrlo slični rezultatima dobivenim pristupom povijesne simulacije. Diverzificirana rizičnost vrijednosti u simulaciji Monte Carlo iznosi 6.690 USD u usporedbi s 5.598 USD u povijesnoj simulaciji. Podjela rizičnosti vrijednosti na četiri portfelja također je vrlo slična onoj u metodi povijesne simulacije, a udio portfelja u američkim dolarima u rizičnosti vrijednosti ukupnog portfelja iznosi samo 1,5 posto.

### 3.3. Metoda varijance/kovarijance

Kao što je spomenuto, za izračun portfelja rizičnosti vrijednosti uz pomoć metode varijance/kovarijance koristimo se pristupom *mapiranja* tokova novca. Naime, financijski instrumenti poput obveznica i depozita tržišta novca mogu stvoriti brojne tokove novca, svaki u svom jedinstvenom trenutku. S obzirom na mnogo instrumenata dolazi se do velikog broja kombinacija datuma tokova novca. Kao rezultat, suočili smo se s nepraktičnim zadatkom izračunavanja nesavladivog broja promjenljivosti i korelacija za izračun rizičnosti vrijednosti. Kako bismo lakše izvršili procjenu rizika povezanih s tokovima novca instrumenata, morali smo pojednostavniti vremensku strukturu tih tokova novca.

**Tablica 4.**

Valuta			Diskontne obveznice – GBP				Diskontne obveznice – FRF				Diskontne obveznice – USD			Diskontne obveznice – DEM			
GBP/USD	FRF/USD	DEM/USD	7 d.	1 m.	6 m.	1 g.	3 m.	6 m.	1 g.	3 m.	6 m.	1 g.	1 m.	3 m.	6 m.	1 g.	

8 Mogućnost odabira distribucije odlika je koja razlikuje simulaciju Monte Carlo od ostala dva pristupa, s obzirom na to da je u ostale dvije metode distribucija promjena tržišnih faktora navedena kao dio metode.

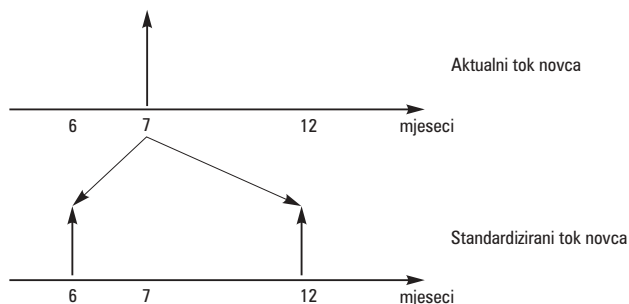
9 Vjerovanja o mogućim budućim promjenama tržišnih faktora obično se temelje na promatranim prošlim promjenama, tako da dizajneri sustava za upravljanje rizicima slobodno mogu odabrati bilo koju distribuciju za koju drže da je približna distribuciji prošlih promjena tržišnih faktora.

Kao i u metodologiji *RiscMetrics*, uzeli smo set standardiziranih pozicija (za koje su podaci bili dostupni) i izvršili ponovnu distribuciju (*mapiranje*) promatranih tokova novca po tim standardiziranim pozicijama (*vertices*).

Standardizirane pozicije koje smo upotrijebili za *mapiranje* aktualnog toka novca<sup>10</sup> prikazane su u Tablici 4. (i u Tablici 5.).

*Mapiranje* aktualnog toka novca znači njegovo dijeljenje na dvije najbliže pozicije, osim ukoliko se ne dogodi da tok novca koincidira sa samom pozicijom. Na primjer, naš tok novca depozita novčanog tržišta u njemačkim markama, u razdoblju od sedam mjeseci prikazan je kao kombinacija jednog šestomjesečnog i jednog jednogodišnjeg toka

Slika 5. *Mapiranje* toka novca



novca, kao što je prikazano na Slici 5.

Dva razlomka toka novca ponderiraju se uz ispunjavanje sljedećih triju uvjeta:

1. Tržišna je vrijednost sačuvana. Ukupna tržišna vrijednost dvaju standardiziranih tokova novca mora biti jednaka tržišnoj vrijednosti originalnog toka novca.
2. Tržišni rizik je sačuvan. Tržišni rizik portfelja standardiziranog toka novca mora također biti jednak tržišnom riziku originalnog toka novca.
3. Predznak je sačuvan. Standardizirani tok novca ima isti predznak kao i originalni tok novca.

U jednostavnom slučaju poklapanja aktualnih i standardiziranih pozicija, kao što je slučaj s jednogodišnjim tokom novca u američkim dolarima, 100 posto aktualnog toka novca alocira se standardiziranoj poziciji.

Metodologija kojom se vrši alokacija aktualnog toka novca standardiziranim pozicijama temelji se na varijanci financijske dobiti ( $\sigma^2$ ). Kako bismo olakšali potrebno *mapiranje* i izračun rizičnosti vrijednosti, morali smo dobiti standardne devijacije i korelacije svih sedamnaest standardiziranih pozicija<sup>11</sup> (Tablica 5.). Postupak za dobivanje odgovarajućih pondera u alokaciji toka novca prilično je tehničke prirode te je prikazan u Dodatku 3.a.

Aktualni ponderi prikazani su u Tablici 6. u stupcu označenom  $x'$  i  $x''$ . Cijeli postupak izračuna rizičnosti vrijednosti po našem portfelju koji je prikazan u Tablici 6., glasi:

- Kao prvo, aktualne tokove novca u različitim valutama izrazili smo u američkim dolarima. Na primjer, tok novca od 100.000 GBP pomnožen je s važećim tečajem GBP/USD (GBP = 1,613 USD) da bi se dobilo 161.300 USD.

<sup>10</sup> Aktualni tokovi novca prikazani su u Tablici 6.

<sup>11</sup> Može se izabrati između modeliranja dobiti ili cijene instrumenta s fiksnim prihodom. Izračunali smo standardne devijacije i korelacije povrata po cijenama. To smo učinili tako da smo prvo došli do stopa tržišta novca i stopa na trezorske zapise za sve instrumente pomoću Datastreama (400 dnevnih promatranja), te zatim na temelju tih serija formirali cijene.

- Zatim su sadašnje vrijednosti (SV) tih tokova novca izračunate uz pomoć odgovarajuće interpolirane aktualne dobiti.
- Treće, te su aktualne vrijednosti alocirane standardiziranim pozicijama pomoću odgovarajućih pondera (označeni  $x'$  i  $x''$ , kao što je navedeno). Ukupno *mapiranje* za svaku poziciju zatim je izračunato jednostavnim zbrajanjem svih tokova novca koji su alocirani odgovarajućem stupcu. Na primjer, oba toka novca u francuskim francima koji se javljaju u četiri i deset mjeseci, djelomično su alocirana standardiziranoj poziciji PIBOR6M. Alocirani iznosi bili su 4.090 USD, odnosno 107.020 USD. Dakle ukupno *mapiranje* pozicije PIBOR6M iznosilo je 4.090 USD + 107.020 USD = 111.110 USD.
- I konačno, ukupne vrijednosti *mapiranja* svake pozicije bile su zatim pomnožene s 1,65 puta standardne devijacije povrata po odgovarajućem tržišnom faktoru da bi se dobila procjena rizičnosti vrijednosti pozicije. Za dobivanje nediverzificirane rizičnosti vrijednosti portfelja (pod pretpostavkom nekoreliranih povrata po pozicijama) jednostavno smo zbrojili rizičnosti vrijednosti pojedinačnih pozicija. S druge strane, da bismo dobili diverzificiranu rizičnost vrijednosti, vektor pojedinačnih rizičnosti vrijednosti (Tablica 6.) podvrgnuli smo korelacijskoj matrici povrata po temeljnim tokovima novca (Tablica 5.). Opširniji prikaz tog izračuna nalazi se u Dodatku 3.b.

Nediverzificirane i diverzificirane procjene rizičnosti vrijednosti, izračunate pomoću metode varijance/kovarijance, iznosile su 8.424 USD, odnosno 6.346 USD.

Međutim, moramo imati na umu da se *nediverzificirana* procjena rizičnosti vrijednosti dobivena metodom varijance/kovarijance ne može uspoređivati s procjenama dobivenim pomoću prethodne dvije metode. Naime, metodom varijance/kovarijance izračunali smo rizičnosti vrijednosti za sve (standardizirane) instrumente zasebno i zatim ih zbrojili, pod pretpostavkom nulte korelacije između instrumenata, dok smo u prva dva pristupa zbrojili rizičnosti vrijednosti četiriju portfelja izraženih u različitim valutama i na taj način izvukli određene koristi iz diverzifikacije unutar svakog portfelja.

Jedino pitanje koje još možda nije razjašnjeno jest način na koji smo linearno uključili valutne izloženosti, kao posebne instrumente, u naš model. Na razini intuitivnog privlačno je i praktično tretirati kamatne izloženosti kao posebne pozicije (ili posebne instrumente) pripisujući im pondere jednake zbroju pondera posebnih pozicija s fiksnim prihodom nominiranih u toj određenoj valuti. Na taj način mi zapravo rastavljamo povrat po portfelju izraženom u stranoj valuti u linearnu kombinaciju povrata po stranoj valuti i povrata po portfelju. Iako samo aproksimacija, ona je vrlo dobra, kao što je prikazano u Dodatku 3.c. Na primjer, ukoliko zbrojimo pondere (odnosno, vrijednosti *mapiranja* pozicije) standardiziranih tokova novca izraženih u britanskoj valuti, dobivamo 281.340 u dolarima, što je jednako ponderu standardizirane pozicije tečaja GBP/USD.

Tablica 5. Standardne devijacije i korelacije unutar standardiziranih pozicija<sup>a</sup>

	GBP/ USD	FRF/ USD	DEM/ USD	LIB7D	LIB1M	LIB6M	LIB1G	PIB3M	PIB6M	PIB1G	US3M	US6M	US1G	FIB1M	FIB3M	FIB6M	FIB1G
<b>Ročnost</b>				0,019	0,082	0,500	1,000	0,250	0,500	1,000	0,250	0,500	1,000	0,082	0,250	0,500	1,000
<b>Trenutačni prinos/tečaj</b>	1,613	0,169	0,567	7,125	7,125	7,438	7,563	3,426	3,512	3,770	4,990	5,220	5,380	3,206	3,402	3,503	3,767
<b>1.65<sup>5</sup>-stdev</b>	0,0080	0,0082	0,0111	0,0000	0,0001	0,0009	0,0007	0,0001	0,0003	0,0006	0,0001	0,0003	0,0007	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003
<b>GBP/USD</b>	1	0,350	0,271	0,029	-0,108	-0,040	-0,096	-0,028	-0,041	-0,024	0,032	0,033	-0,017	0,056	0,039	0,044	0,019
<b>FRF/USD</b>	0,350	1	0,695	-0,038	-0,092	0,008	0,001	-0,034	-0,037	-0,036	0,044	0,087	0,004	0,028	0,026	0,031	0,003
<b>DEM/USD</b>	0,271	0,695	1	-0,024	-0,086	0,003	-0,087	-0,067	-0,087	-0,070	0,059	0,082	0,025	0,019	0,007	0,068	0,006
<b>LIB7D</b>	0,029	0,038	-0,024	1	0,315	0,036	-0,002	0,048	0,040	0,032	0,055	0,050	0,047	-0,037	-0,021	0,039	0,024
<b>LIB1M</b>	-0,108	0,092	-0,086	0,315	1	0,050	0,174	0,069	0,071	0,059	-0,059	-0,075	-0,052	0,111	0,087	0,087	0,079
<b>LIB6M</b>	-0,040	0,008	0,003	0,036	0,050	1	0,114	0,012	0,003	-0,003	0,044	0,014	-0,015	-0,004	0,005	0,034	0,004
<b>LIB1G</b>	-0,096	0,001	-0,087	-0,002	0,174	0,114	1	0,135	0,125	0,127	0,001	-0,045	-0,034	0,033	0,097	0,120	0,109
<b>PIB3M</b>	-0,028	-0,034	-0,067	0,048	0,069	0,012	0,135	1	0,939	0,895	-0,044	-0,010	-0,023	0,294	0,430	0,395	0,428
<b>PIB6M</b>	-0,041	-0,037	-0,087	0,040	0,071	0,003	0,125	0,939	1	0,932	-0,044	0,003	-0,016	0,285	0,425	0,421	0,485
<b>PIB1G</b>	-0,024	-0,036	-0,070	0,032	0,059	-0,003	0,127	0,895	0,932	1	-0,025	-0,005	-0,059	0,275	0,431	0,464	0,556
<b>US3M</b>	0,032	0,044	0,059	0,055	-0,059	0,044	0,001	-0,044	-0,044	-0,025	1	0,633	0,471	0,013	0,019	0,021	0,014
<b>US6M</b>	0,033	0,087	0,082	0,050	-0,075	0,014	-0,045	-0,010	0,003	-0,005	0,633	1	0,721	-0,011	-0,020	-0,030	-0,028
<b>US1G</b>	-0,017	0,004	0,025	0,047	-0,052	-0,015	-0,034	-0,023	-0,016	-0,059	0,471	0,721	1	-0,041	-0,065	-0,088	-0,090
<b>FIB1M</b>	0,056	0,028	0,019	-0,037	0,111	-0,004	0,033	0,294	0,285	0,275	0,013	-0,011	-0,041	1	0,769	0,621	0,430
<b>FIB3M</b>	0,039	0,026	0,007	-0,021	0,087	0,005	0,097	0,430	0,425	0,431	0,019	-0,020	-0,065	0,769	1	0,792	0,665
<b>FIB6M</b>	0,044	0,031	0,068	0,039	0,087	0,034	0,120	0,395	0,421	0,464	0,021	-0,030	-0,088	0,621	0,792	1	0,820
<b>FIB1G</b>	0,019	0,003	0,006	0,024	0,079	0,004	0,109	0,428	0,485	0,556	0,014	-0,028	-0,090	0,430	0,665	0,820	1

<sup>a</sup> Standardne devijacije i korelacije izračunate na temelju povrata po tečaju i povrata po diskontnim obveznicama



### 3.4. Sažetak

Sinopsis svih naših rezultata prikazan je u tablicama 7. i 8. Kao što možemo vidjeti, procjene rizičnosti vrijednosti slične su u svim trima metodama. Razlike, naravno, proizlaze iz različitih pretpostavki<sup>12</sup> na kojima se temelje ta tri pristupa. Zanimljivo je da opseg rizičnosti vrijednosti kao

**Tablica 7.** Procjene rizičnosti vrijednosti dobivene različitim metodologijama

	Povijesna simulacija	Simulacija Monte Carlo	Pristup varijance/kovarijance
<b>Nediverzificirana rizičnost vrijednosti (USD)</b>	7.737	7.975	8.424
<b>Diverzificirana rizičnost vrijednosti (USD)</b>	5.998	6.690	6.346
<b>Diverzificirana rizičnost vrijednosti kao udio u portfelju</b>	0,44 %	0,49 %	0,46 %

udjela u našem ukupnom portfelju nije ustvari visok (Tablica 7.). To se može objasniti činjenicom da obveznice, posebice državne, nisu rizični instrumenti. S obzirom na nisku dobit one uključuju i nizak rizik. Zbog toga je prirodna niska rizičnost vrijednosti. Nadalje, ako pogledamo Tablicu 8., jasno možemo vidjeti da su tečajevi instrumenti koji najviše pridonose ukupnoj rizičnosti vrijednosti portfelja. To se moglo očekivati s obzirom na empirijsku činjenicu da je promjenljivost tečaja veća od promjenljivosti cijena državnih obveznica.

Točnije, tečajevi GBP/USD, FRF/USD i DEM/USD zajedno čine 94,1 posto ukupne rizičnosti vrijednosti portfelja, dok rizičnost vrijednosti svih diskontnih obveznica čini samo 5,9 posto ukupne rizičnosti vrijednosti portfelja.

Konačno, bitno je napomenuti da se analogni postupak može primijeniti na portfelje koji se sastoje od obveznica s dužim rokovima dospelja. Jedina je razlika u tome što moramo dobiti stope diskontnih obveznica s dužim rokovima dospelja, od 2 do 30 godina, ovisno o komponentama portfelja. Problem je u tome što ima malo tržišta ko-

ja imaju diskontne obveznice s rokovima dospelja od 2, 3, 4 i 5 godina. U stvari, jedino američka i francuska tržišta imaju dovoljno likvidne *strip* obveznice koje bi mogle stvoriti temelj za statistički solidnu analizu volatilnosti. Zbog toga se često rabi terminski strukturalni model umjesto temeljnih stopa diskontnih obveznica za mjerenje promjenljivosti određenih tokova novca.

## 4. Zaključak (ili koja je metoda najbolja)

Nakon bavljenja pitanjima u vezi s metodologijama rizičnosti vrijednosti, normalno je da će si osoba koja se bavi upravljanjem rizicima, postaviti pitanje izbora metode. Odgovor na to pitanje nije jednostavan. Tri se metode razlikuju u mnogim aspektima, to su:

- sposobnost obuhvaćanja rizika opcija i instrumenata nalik opcijama
- jednostavnost provedbe
- razina razumljivosti za višu razinu uprave
- fleksibilnost u analiziranju efekata promjena u pretpostavkama
- pouzdanost rezultata.

Neki od tih aspekata već su spomenuti u prethodna dva odlomka. U daljnjem se tekstu detaljnije obrađuju.

Prisutnost opcija i instrumenata nalik opcijama mogla bi stvarati probleme u primjeni pristupa varijance/kovarijance. Razlog tome je što se opcije tretiraju tako da se zamjenjuju s njihovim pozicijama delta ekvivalenta.<sup>13</sup> To znači lineariziranje pozicija opcija ili zamjenjivanje nelinearnih funkcija s linearnim aproksimacijama. Često te linearne aproksimacije nisu dovoljne za prikaz načina na koji se mijenjaju vrijednosti opcija s promjenama tržišnih faktora, posebno u slučajevima portfelja koji sadrže mnogo opcija. Na primjer, parametar razdoblja držanja,  $v$ , može utjecati na naše izračune. Velike promjene tržišnih faktora nisu vjerojatne u kraćim razdobljima držanja u kojima su linearne aproksimacije efikasne. Kako se povećava  $v$ , točnost aproksimacije se smanjuje. Dvije metode simulacije djelotvorne su bez obzira na prisutnost opcija jer one ponovno izračunavaju vrijednost portfelja za svaki izbor temeljnih tržišnih faktora.

Trebalo bi biti jasno da se povijesna simulacija jednostavno provodi kad su dostupni podaci o tržišnim faktori-

**Tablica 8.** Podjela rizičnosti vrijednosti portfelja prema metodi varijance/kovarijance, u postocima

Valute			Diskontne obveznice – GBP				Diskontne obveznice – FRF			Diskontne obveznice – USD			Diskontne obveznice – DEM			
GBP/USD	FRF/USD	DEM/USD	7 d.	1 m.	6 m.	1 g.	3 m.	6 m.	1 g.	3 m.	6 m.	1 g.	1 m.	3 m.	6 m.	1 g.
26,71	34,25	33,11	0,01	0,07	0,29	0,84	0,01	0,41	1,72	0,18	0,68	1,37	0,01	0,03	0,17	0,13

12 Ovdje moramo napomenuti da su sve kalkulacije rađene uz pretpostavku da se neće promijeniti tržišna vrijednost diskontnih obveznica (odnosno depozita tržišta novca). U stvarnosti se tržišna vrijednost obveznica sistematski povećava i približava njezinoj nominalnoj vrijednosti (takozvani *pull to par* efekt). Ta pretpostavka podrazumijeva tretiranje toka novca kao generičke obveznice (obveznica čiji je datum dospelja uvijek isti), a ne kao instrumenta čiji se rok dospelja smanjuje s vremenom. Iako to omogućava točan prikaz rizika budućeg to-

ka novca za kratka razdoblja predviđanja (kao u našem primjeru), u slučaju dužih razdoblja može rezultirati značajnim preuveličavanjem rizika.

13 Cijena instrumenta na koju se opcija veže, samo je jedan faktor koji utječe na cijenu opcije. Ostali faktori su vrijeme do isteka, promjenljivost osnovnog sredstva i kamatne stope. Delta stoga daje samo djelomično objašnjenje kretanja cijena opcija.

ma. Kao što smo spomenuli, dostupni su softverski paketi za kalkulacije prema metodi varijance/kovarijance. Gotovi softver također postaje dostupan za metodu simulacije Monte Carlo, ali ne za sve strukture portfelja. U slučaju portfelja koje ne pokriva postojeći softver, postoje (*spreadsheet*) programi s proračunskim tablicama koji mogu u određenoj mjeri olakšati njihov izračun. Pri tome se mora paziti da se izvrši odabir točnih distribucija i parametara. Za sve metode nužna je dostupnost modela za određivanje cijena za sve instrumente u portfelju. To može stvoriti probleme u slučaju određenih pozicija, poput egzotičnih opcija i valutnih swapova s ugrađenim opcijama.

Povijesna simulacija je s obzirom na svoju konceptualnu jednostavnost najjednostavnija za objašnjavanje višoj razini uprave. Metoda varijance/kovarijance nerazumljiva je ljudima bez tehničkog znanja jer uključuje određene statističke pojmove. Isto vrijedi i za pristup Monte Carlo, koji katkad može biti još kompliciraniji za objašnjavanje, zbog upotrebe nasumičnog broja generativnih mehanizama.

Sve se metode zasnivaju na povijesnim podacima, uz direktnu i jedinstvenu ovisnost povijesne simulacije. Ako najrecentnija razdoblja  $N$  ne odražavaju točne statističke karakteristike faktora, rezultati će biti nepouzdana. Druge dvije metode upotrebljavaju te podatke za procjene parametara njihove distribucije, no međutim pretpostavka određene distribucije smanjuje tu opasnost. S druge stra-

ne, ta pretpostavka može biti kriva!

U pojedinim situacijama osoba koja se bavi upravljanjem rizicima, imat će razloga vjerovati da povijesno procijenjeni parametri nisu dobri za predviđanje budućih parametara. Postoji li jednostavan način na koji se ta promjena može uključiti u svaku od naših metoda? Po samoj njezinoj prirodi, u povijesnoj simulaciji taj scenarij nije izvediv. S druge strane, to se može jednostavno postići uz pomoć drugih dviju metoda. Umjesto uobičajene upotrebe povijesne procjene, jednostavno se rabe nove; postupak ostaje isti.

Tablica 9. prikazuje usporedbe metodologija. Izbor odgovarajuće metodologije rizičnosti vrijednosti višedimenzionalni je problem koji zahtijeva određene ustupke. Na primjer, odabirom povijesne simulacije, a ne simulacije Monte Carlo dobit ćemo na jednostavnosti objašnjavanja, ali ne i na visokom stupnju fleksibilnosti u mijenjanju pretpostavki. Dakle, osoba koja je odgovorna za upravljanje rizicima, mora razmotriti specifičnosti svog portfelja i potrebe svoje tvrtke, i odlučiti koji su im od navedenih parametara najvažniji.

To znači da je za dobru procjenu rizika potrebna iskustva i oštromna osoba. S obzirom na velik broj računalnih i financijskih alata odabir odgovarajuće rizičnosti vrijednosti veliko je umijeće.

Tablica 9. Usporedba metoda

	Povijesna simulacija	Metoda varijance/ kovarijance	Simulacija Monte Carlo
Sposobnost obuhvaćanja rizika portfelja s opcijama	Visoka	Niska (osim u slučaju kratkog razdoblja držanja ili niske opcionalnosti)	Visoka
Jednostavnost provedbe	Visoka (uz dostupnost podataka)	Visoka (s dobrim softverom)	Prilično niska
Potrebno vrijeme	Normalno	Normalno	Relativno mnogo
Razumljivost za višu upravu	Visoka	Niska	Niska
Pouzdanost rezultata u slučaju atipične recentne prošlosti	Niska	Niska (osim ako se ne koriste nove procjene)	Niska (osim ako se ne koriste nove procjene)
Fleksibilnost u mijenjanju pretpostavki	Niska	Visoka za promjene parametara, niska za strukturalne promjene	Visoka



---

## Dodatak 1.

### Povijesna simulacija 400 hipotetičnih dnevnih tržišnih dobiti i gubitaka po portfelju

**Tablica 1.** Povijesna simulacija 400 hipotetičnih dnevnih tržišnih dobiti i gubitaka po portfelju, poredanih od najveće dobiti do najvećeg gubitka (nediverzificirani i diverzificirani), u USD

Broj	Promjena tržišne vrijednosti portfelja (nediverzificirani)	Promjena tržišne vrijednosti portfelja (diverzificirani)
1	28.108	14.495
2	15.675	13.494
3	14.883	12.465
4	13.019	11.565
5	12.490	10.115
6	12.302	9.686
7	11.418	9.266
8	10.653	9.219
9	10.324	8.838
10	9.808	8.598
11	9.418	8.185
12	8.954	7.414
*		
*		
*		
378	– 7.028	– 5.566
379	– 7.131	– 5.644
380	– 7.354	– 5.813
381	– 7.737	– 5.999
382	– 7.932	– 6.149
383	– 8.042	– 6.207
384	– 8.309	– 6.251
385	– 8.515	– 6.598
386	– 8.613	– 6.827
387	– 8.814	– 7.002
388	– 8.950	– 7.084
389	– 9.223	– 7.095
390	– 9.587	– 7.380
391	– 9.821	– 8.370
392	– 9.997	– 8.805
393	– 10.343	– 8.873
394	– 10.504	– 9.340
395	– 11.014	– 10.535
396	– 11.246	– 10.590
397	– 11.958	– 11.438
398	– 14.005	– 12.751
399	– 15.361	– 13.908
400	– 27.340	– 14.052

## Dodatak 2.

Tablica 1.a. Korelacijska matrica tržišnih faktora

	GBP/USD	FRF/USD	DEM/USD	LIB22d	LIB11M	PIB4M	PIB10M	US4M	US8M	US1G	FIB2M	FIB7M
GBP/USD	1,000											
FRF/USD	0,350	1,000										
DEM/USD	0,271	0,695	1,000									
LIB22d	0,047	0,075	0,063	1,000								
LIB11M	0,096	-0,008	0,080	0,114	1,000							
PIB4M	0,032	0,037	0,077	0,074	0,125	1,000						
PIB10M	0,029	0,037	0,077	0,064	0,115	0,952	1,000					
US4M	-0,034	-0,061	-0,070	-0,005	0,006	-0,036	-0,024	1,000				
US8M	-0,015	-0,058	-0,063	-0,008	-0,034	-0,010	-0,018	0,786	1,000			
US1G	0,017	-0,003	-0,023	-0,001	-0,032	-0,020	-0,045	0,594	0,884	1,000		
FIB2M	-0,052	-0,030	-0,015	0,050	0,061	0,373	0,365	0,007	-0,034	-0,055	1,000	
FIB7M	-0,042	-0,025	-0,055	0,081	0,119	0,435	0,488	0,005	-0,056	-0,090	0,736	1,000

Tablica 1.b. Standardne devijacije tržišnih faktora

	GBP/USD	FRF/USD	DEM/USD	LIB22d	LIB11M	PIB4M	PIB10M	US4M	US8M	US1G	FIB2M	FIB7M
Standardne devijacije	0,0048	0,0050	0,0067	0,0069	0,0069	0,0093	0,0099	0,0064	0,0064	0,0075	0,0043	0,0043

Tablica 1.c. Vrijednosti tržišnih faktora 6. listopada 1997.

	GBP/USD	FRF/USD	DEM/USD	LIB22d	LIB11M	PIB4M	PIB10M	US4M	US8M	US1G	FIB2M	FIB7M
Trenutačna vrijednost	1,613	0,169	0,567	7,125	7,542	3,454	3,684	5,067	5,273	5,380	3,304	3,547

### Generiranje nasumičnog broja iz multivarijabilne normalne distribucije

U praksi je generiranje nezavisnih normalnih varijabli jednostavno, dok je generiranje proizvoljno koreliranih varijabli već mnogo zahtjevnije. Pretpostavimo da želimo generirati normalne varijable  $n$  s jediničnim varijancama i korelacijama dobivenim pomoću  $n \times n$  matrice  $\Sigma$ . Glavni je cilj stvaranje nezavisnih varijabli  $n$ , te njihovo udruživanje kako bi se postigle željene korelacije. Navodimo detaljniji prikaz tog postupka:

- Raščlanimo  $\Sigma$  pomoću Choleskyjeve faktorizacije,<sup>14</sup> kako bismo dobili matricu  $C$  poput  $\Sigma = CC'$ .
- Generirajmo  $n \times 1$  vektor  $Z$  od nezavisnih standardnih normalnih varijabli.

14 Nije potrebno rabiti choleskyjevu faktorizaciju jer bilo koja matrica  $C$  koj zadovoljava  $\Sigma = CC'$  može poslužiti u postupku. Dekompozicija singularne vrijednosti ili svojsvene vrijednosti (*eigenvalue*) dala bi iste rezultate. Pojednosti o pojedinim vrstama dekompozicije mogu se naći u dokumentu pod nazivom "RiscMetrics-Technical Document", stranice 253–256. Inače, postoji niz softverskih paketa koji pružaju simulacije koreliranih slučajnih varijabli.

- Uz pretpostavku da je  $Y = CZ$ , svaki od elemenata  $Y$  imat će jediničnu varijancu i korelirat će prema  $\Sigma$ .

Uz pomoć navedenih procedura za generiranje nasumičnih varijabli s arbitrarnim korelacijama, možemo napraviti scenarije cijena imovine ili, u našem slučaju, tržišnih faktora (tečaj i kamatne stope).

Na primjer, pogledajmo kako smo došli do 1.000 simuliranih vrijednosti za naših dvanaest tržišnih faktora. Neka  $P_0^1 \dots P_0^{12}$  pokazuju vrijednosti dvanaest tržišnih faktora 6. listopada (Tablica 1.c.),  $\sigma_1 \dots \sigma_{12}$  dnevne promjenljivosti tržišnih faktora (Tablica 1.b.), a  $\Sigma$  korelacijsku matricu tržišnih faktora (Tablica 1.a.). Kako bismo dobili scenarij budućih cijena, generirali smo korelirane standardne normalne varijable  $Y_1 \dots Y_{12}$ , kao što je prikazano, i izračunali buduće vrijednosti tržišnih faktora pomoću

$$P_t^1 = P_0^1 e^{\sigma_1 \sqrt{tY_1}}, \dots, P_t^{12} = P_0^{12} e^{\sigma_{12} \sqrt{tY_{12}}}.$$

Budući da nas zanima vremensko razdoblje od jednog dana,  $t = 1$ , za 1.000 scenarija, postupak smo jednostavno ponovili 1.000 puta.

---

## Dodatak 3.a.

### Alokacija aktualnog toka novca standardiziranim pozicijama

Ovdje želimo pokazati kako se vrši konverzija aktualnih tokova novca u standardizirane tokove novca, i nadalje se koristeći primjerom alociranja sedmomjesečnog toka novca u njemačkim markama na šestomjesečne i dvanaestomjesečne pozicije (Slika 5.). Alokaciju na šestomjesečne i dvanaestomjesečne pozicije označujemo sa  $\alpha$ , odnosno  $(1-\alpha)$ . Postupak prikazan u nastavku nije ograničen na instrumente s fiksnim prihodom, ali se odnosi na sve buduće tokove novca.

1. Izračunajmo interpoliranu dobit aktualnog toka novca: Iz linearne interpolacije 6-mjesečne i 12-mjesečne dobiti navedene u Tablici 5. dobit ćemo 7-mjesečnu dobit,  $y_7$ , uz pomoć jednadžbe:

$$y_7 = \omega y_6 + (1 - \omega) y_{12} \quad 0 \leq \omega \leq 1 \quad (1.1.)$$

gdje  $y_7$  = interpolirana dobit po 7-mjesečnoj diskontnoj obveznici  
 $w$  = koeficijent linearnog ponderiranja, u ovom primjeru  $w = 5/6$ ,  
 $y_6$  = dobit po 6-mjesečnoj diskontnoj obveznici  
 $y_{12}$  = dobit po 12-mjesečnoj diskontnoj obveznici

Ukoliko pozicija aktualnog toka novca nije jednako udaljena od dviju standardiziranih pozicija, veća od dviju vrijednosti,  $w$  i  $(1-w)$ , pripisuje se bližoj standardiziranoj poziciji.

2. Odredimo trenutačnu vrijednost aktualnog toka novca: Pomoću povrata po sedmomjesečnoj diskontnoj obveznici,  $y_7$ , odredit ćemo trenutačnu vrijednost novčanog toka na sedmomjesečnoj poziciji.
3. Izračunajmo standardnu devijaciju,  $\sigma_7$ , povrata po sedmomjesečnim diskontnim obveznicama, linearnom interpolacijom standardnih devijacija 6-mjesečnih i 12-mjesečnih povrata po cijeni, odnosno  $\sigma_6$  i  $\sigma_{12}$ . Kako

bismo dobili  $\sigma_7$ , rabimo postupak sličan onom, već opisanom, za dobivanje interpolirane dobiti.

4. Izračunajmo alokaciju,  $\alpha$  i  $(1-\alpha)$ , iz sljedeće jednadžbe:

$$\text{Varijanca}(r_7) = \text{Varijanca}[\alpha \cdot r_6 + (1 - \alpha) \cdot r_{12}],$$

ili ekvivalent

$$\sigma_7^2 = \alpha^2 \sigma_6^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\rho_{6,12}\sigma_6\sigma_{12} + (1 - \alpha)^2 \sigma_{12}^2 \quad (1.2.)$$

pri čemu je  $\rho_{6,12}$  korelacija između šestomjesečnih i dvanaestomjesečnih povrata. ( $\rho_{6,12}$  prikazan je u korelacijskoj matrici u Tablici 5.)

Jednadžba (1.2.) može se izraziti u kvadratnom obliku

$$a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \quad (1.3.)$$

gdje

$$a = \sigma_6^2 + \sigma_{12}^2 - 2\rho_{6,12}\sigma_6\sigma_{12}$$

$$b = 2\rho_{6,12}\sigma_6\sigma_{12} - 2\sigma_{12}^2$$

$$c = \sigma_{12}^2 - \sigma_7^2$$

Rješenje  $\alpha$  dobiva se pomoću

$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1.4.)$$

Jednadžba (1.4.) daje dva rješenja (korijena). Izabiremo rješenje koje zadovoljava tri prije navedena uvjeta.

5. Distribuirajte aktualni tok novca u standardizirane pozicije:

Rastavimo aktualni tok novca u 7. mjesecu na dvije komponente,  $\alpha$  i  $(1-\alpha)$ , i alocirajmo  $\alpha$  na šestomjesečnu, a  $(1-\alpha)$  na dvanaestomjesečnu poziciju.

## Dodatak 3.b.

### Izračun diverzificirane rizičnosti vrijednosti za portfelj linearnih instrumenata

Sada ćemo prikazati opću formulu za izračun rizičnosti vrijednosti za linearne instrumente.<sup>15</sup>

Uzmimo portfelj koji se sastoji od N pozicija od kojih se svaka sastoji od jednog toka novca za koji imamo predviđene vrijednosti standardne devijacije i korelacija. Označimo relativnu promjenu u vrijednosti N-te pozicije  $\hat{r}_{n,t}$ . Promjenu u vrijednosti portfelja,  $\hat{r}_{p,t}$ , možemo izraziti kao

$$\hat{r}_{p,t} = \sum_{n=1}^N \omega_n \hat{r}_{n,t} = \sum_{n=1}^N \omega_n \delta_n r_{n,t} \quad (2.1.)$$

pri čemu je  $\omega_n$  ukupni (nominalni) iznos uložen u N-tu poziciju. Na primjer, uzmimo da je ukupna trenutna tržišna vrijednost portfelja 100 USD i da se 10 USD alokira prvoj poziciji. Sljedi da  $\omega_1 = 10$  USD. Također, ukoliko se vrijednost N-te pozicije promijeni zbog promjene u N-tom tržišnom faktoru,  $r_{n,t}$ , možemo rastaviti  $\hat{r}_{n,t}$  na  $\delta_n r_{n,t}$ , gdje je  $\delta_n$  osjetljivost promjene u vrijednosti N-te pozicije na promjenu N-tog tržišnog faktora.

Pretpostavimo da je razdoblje predviđanja rizičnosti vrijednosti jedan dan i da se rizičnost vrijednosti portfelja može izračunati uz pomoć 1,65 puta standardne devijacije  $\hat{r}_{p,t}$  – povrata po portfelju, jedan dan unaprijed. Rizičnost

vrijednosti može se izraziti kako slijedi:

$$\text{VAR}_t = \sqrt{\bar{\sigma}_{t|t-1} \Sigma_{t|t-1} \bar{\sigma}_{t|t-1}^T} \quad (2.2.)$$

pri čemu je

$$\bar{\sigma}_{t|t-1} = \left[ 1.65\sigma_{1,t|t-1}\omega_1\delta_1 \quad 1.65\sigma_{2,t|t-1}\omega_2\delta_2 \dots 1.65\sigma_{N,t|t-1}\omega_N\delta_N \right] \quad (2.3.)$$

pojedinačni vektor rizičnosti vrijednosti (1xN), a

$$\Sigma_{t|t-1} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12,t|t-1} & \dots & \rho_{1N,t|t-1} \\ \rho_{21,t|t-1} & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N1,t|t-1} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4.)$$

jest NxN korelacijska matrica povrata po tokovima novca.

Prikazani izračun odnosi se na portfelje čiji se povrati mogu prilično predvidjeti kondicionalnom normalnom distribucijom. Drugim riječima, pretpostavlja se da povrat po portfelju sljedi kondicionalnu normalnu distribuciju.

Taj se izračun u manjoj mjeri razlikuje od onog prikazanog u poglavlju 2.3., no daje jednak rezultat.

<sup>15</sup> Ti instrumenti uključuju obveznice, dionice, stranu valutu, robu, kamatni swap, zadužnice s promjenjivom kamatnom stopom, valutne terminske poslove, ugovore o budućim zajmovima čija je kamatna stopa utvrđena danas i valutne swapove.

## Dodatak 3.c.

### Dekompozicija povrata po portfelju izraženom u stranoj valuti

Sad ćemo objasniti kako se povrat po portfelju diskontnih obveznica izraženih u stranoj valuti može rastaviti u linearnu kombinaciju povrata po stranoj valuti i povrata po diskontnim obveznicama.

U ovom primjeru koristimo portfelj dviju diskontnih obveznica nominiranih u stranoj valuti, no međutim, rastavljanje povrata po portfelju može se vršiti na portfelju bilo koje veličine.

Uzmimo da  $P_0^1$  i  $P_0^2$  označavaju cijene naših dviju diskontnih obveznica u razdoblju 0, a  $S_0$  tečaj u razdoblju 0.

Vrijednost portfelja u razdoblju 0 dobiven je pomoću

$$V_0 = S_0 P_0^1 + S_0 P_0^2.$$

Isto tako, vrijednost portfelja u razdoblju 1 je

$$V_1 = S_1 P_1^1 + S_1 P_1^2.$$

Dakle, povrat po portfelju kroz jedno razdoblje je

$$r_{portfelj} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{S_1 P_1^1 + S_1 P_1^2 - (S_0 P_0^1 + S_0 P_0^2)}{S_0 P_0^1 + S_0 P_0^2}.$$

Nadalje, ako  $\omega_1$  i  $\omega_2$  predstavljaju portfeljne pondera dviju obveznica, odnosno

$$\omega_1 = \frac{P_0^1}{P_0^1 + P_0^2} \quad i \quad \omega_2 = \frac{P_0^2}{P_0^1 + P_0^2},$$

tada je jednostavno pokazati da

$$r_{portfelj} = \omega_1 \left( \frac{S_1 P_1^1}{S_0 P_0^1} - 1 \right) + \omega_2 \left( \frac{S_1 P_1^2}{S_0 P_0^2} - 1 \right).$$

Ukoliko su odgovarajući povratu po stranoj valuti, obveznici 1 i obveznici 2 dani s  $r_s$ ,  $r_1$  i  $r_2$ , gdje su

$$r_s = \frac{S_1 - S_0}{S_0}, \quad r_1 = \frac{P_1^1 - P_0^1}{P_0^1} \quad i \quad r_2 = \frac{P_1^2 - P_0^2}{P_0^2}$$

povrat po portfelju dobiva se pomoću

$$r_{portfelj} = \omega_1 [(r_s + 1)(r_1 + 1) - 1] + \omega_2 [(r_s + 1)(r_2 + 1) - 1].$$

Nakon što pomnožimo članove u zagradi, dobit ćemo

$$r_{portfelj} = \omega_1 (r_s + r_1 + r_s r_1) + \omega_2 (r_s + r_2 + r_s r_2).$$

Budući da su članovi  $r_s r_1$  i  $r_s r_2$  vrlo mali brojevi, možemo približno izraziti

$$r_s r_1 \approx r_s r_2 \approx 0, \quad i \quad stoga$$

$$r_{portfelj} = (\omega_1 + \omega_2) r_s + \omega_1 r_1 + \omega_2 r_2.$$

Ta se praktična aproksimacija rabi u izračunu rizičnosti vrijednosti u metodi varijance/kovarijance, Tablica 6. i originalna je autorova ideja.

Vrijedno je napomenuti da se ta formula može upotrijebiti i za druge instrumente međunarodnih portfelja, a ne samo za diskontne obveznice.

### Literatura

- Heron, D. i Irving, R. (1996), *Banks Grasp VAR Nettle*, A Risk Special Supplement, lipanj 1996., str. 16. – 19.
- Jorion, P. (1997), *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, McGraw-Hill Companies, Inc., 1997.
- Leong, K. (1996), *The Right Approach*, A Risk Special Supplement, lipanj 1996., str. 9. – 13.
- Morgan, J. P. (1996), *RiskMetrics-Technical Document*, Fourth edition, 1996.

- Pan, J. i Duffie, D. (1997), *An Overview of Value at Risk*, The Journal of Derivatives, proljeće 1997., str. 7. – 11.
- Pearson, N. D. i Linsmeier, T. J. (1997), *Risk Measurement*, 1997.
- Reed, N. (1996), *Variations on a Theme*, A Risk Special Supplement, lipanj 1996., str. 2. – 4.
- Siegel, M. i Marshall, C. (1997), *Value at Risk: Implementing A Risk Management Standard*, Journal of Derivatives 4, proljeće 1997., str. 91. – 110.



## Upute autorima

Hrvatska narodna banka objavljuje u svojim povremenim publikacijama *Istraživanja*, *Pregledi* i *Rasprave* znanstvene i stručne radove zaposlenika Banke, gostiju istraživača i vanjskih suradnika.

Prispjeli radovi podliježu postupku recenzije i klasifikacije koji provodi Izdavački savjet. Autori se u roku od najviše dva mjeseca od primitka njihova rada obavještavaju o odluci o prihvatanju ili odbijanju članka za objavljivanje.

Radovi se primaju i objavljuju na hrvatskom i/ili na engleskom jeziku.

### **Radovi predloženi za objavljivanje moraju ispunjavati sljedeće uvjete.**

Tekstovi moraju biti dostavljeni na magnetnim ili optičkim medijima (3.5" diskete, ZIP, CD), a uz medij treba priložiti i ispis na papiru u tri primjerka. Format zapisa treba biti Word 6 ili 97 for Windows/Mac, a preferira se RTF format kodne strane 437 ili 852.

Na disketu je potrebno nalijepiti etiketu s nazivom korištenog tekstprocesora i datoteke, kao i imenom autora.

Na prvoj stranici rada obvezno je navesti naslov rada, ime i prezime autora, akademske titule, naziv ustanove u kojoj je autor zaposlen, suradnike te potpunu adresu na koju će se autoru slati primjerci za korekturu.

Dodatne informacije, primjerce, zahvale i priznanja, mogu se uključiti u naslovnu stranicu. Ako je ta informacija dugačka, poželjno ju je uključiti u tekst, bilo na kraju uvodnog dijela bilo u posebnom dijelu teksta koji prethodi popisu literature.

Na drugoj stranici svaki rad mora sadržavati sažetak i ključne riječi. Sažetak mora biti jasan, deskriptivan, pisan u trećem licu i ne dulji od 250 riječi (najviše 1500 znakova). Ispod sažetka treba navesti do 5 ključnih pojmova.

Tekst treba biti otipkan s proredom, na stranici formata A4. Tekst se ne smije oblikovati, dopušteno je samo podebljavanje (bold) i kurziviranje (italic) dijelova teksta. Naslove je potrebno numerirati i odvojiti dvostrukim proredom od teksta, ali bez formatiranja.

Tablice, slike i grafikoni koji su sastavni dio rada, moraju biti pregledni, te moraju sadržavati: broj, naslov, mjerne jedinice, legendu, izvor podataka te bilješke (fusnote). Bilješke koje se odnose na tablice, slike ili grafikone treba obilježiti malim slovima (a,b,c...) i ispisati ih odmah ispod. Ako se posebno dostavljaju (tablice, slike i grafikoni), potrebno je označiti mjesta u tekstu gdje dolaze. Numeracija mora biti u skladu s njihovim slijedom u tekstu te se na njih treba referirati prema numeraciji. Ako su već umetnuti u tekst iz drugih programa (Excel, Lotus,...) onda je potrebno dostaviti i te datoteke u Excell formatu (grafikoni moraju imati pripadajuće serije podataka).

Ilustracije trebaju biti u standardnom EPS ili TIFF formatu s opisima u Helvetici (Arial, Swiss) veličine 8 točaka. Skenirane ilustracije trebaju biti rezolucije 300 dpi za sivu skalu ili ilustraciju u punoj boji i 600 dpi za lineart (nacrti, dijagrami, sheme).

Formule moraju biti napisane čitljivo. Indeksi i eksponenti moraju biti jasni. Značenja simbola moraju se objasniti odmah nakon jednadžbe u kojoj se prvi put upotrebljavaju. Jednadžbe na koje se autor poziva u tekstu potrebno je obilježiti serijskim brojevima u zagradi uz desnu marginu.

Bilješke na dnu stranice (fusnote) treba označiti arapskim brojkama podignutim iznad teksta. Trebaju biti što kraće i pisane slovima manjim od slova kojim je pisan tekst.

Popis literature dolazi na kraju rada, a u njega ulaze djela navedena u tekstu. Literatura treba biti navedena abecednim redom prezimena autora, a podaci o djelu moraju sadržavati i podatke o izdavaču, mjesto i godinu izdavanja.

Uredništvo zadržava pravo da autoru vrati na ponovni pregled prihvaćeni rad i ilustracije koje ne zadovoljavaju navedene upute. Ispisi i diskete s radovima se ne vraćaju.

Pozivamo zainteresirane autore koji žele objaviti svoje radove da ih pošalju na adresu Direkcije za izdavačku djelatnost, prema navedenim uputama.

## Hrvatska narodna banka izdaje sljedeće publikacije:

### Godišnje izvješće Hrvatske narodne banke

Redovita godišnja publikacija koja sadržava godišnji pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja te pregled statistike.

### Polugodišnje izvješće Hrvatske narodne banke

Redovita polugodišnja publikacija koja sadržava polugodišnji pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja te pregled statistike.

### Tromjesečno izvješće Hrvatske narodne banke

Redovita tromjesečna publikacija koja sadržava tromjesečni pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja.

### Bilten o bankama

Publikacija koja sadržava pregled podataka o bankama.

### Bilten Hrvatske narodne banke

Redovita mjesečna publikacija koja sadržava mjesečni pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja te pregled monetarne statistike.

### Istraživanja Hrvatske narodne banke

Povremena publikacija u kojoj se objavljuju kraći znanstveni radovi zaposlenika banke, gostiju istraživača i vanjskih suradnika.

### Pregledi Hrvatske narodne banke

Povremena publikacija u kojoj se objavljuju informativno-pregledni radovi zaposlenika banke, gostiju istraživača i vanjskih suradnika.

### Rasprave Hrvatske narodne banke

Povremena publikacija u kojoj se objavljuju rasprave djelatnika banke, gostiju istraživača i vanjskih suradnika.

Hrvatska narodna banka izdavač je i drugih publikacija, primjerice: zbornika radova s konferencija kojih je organizator ili suorganizator, knjiga i radova ili prijevoda knjiga i radova od posebnog interesa za HNB i drugih sličnih izdanja.