



HRVATSKA NARODNA BANKA

Istraživanja I-44

Kratkoročne prognoze BDP-a u uvjetima strukturnih promjena

Rafael Ravnik

Zagreb, srpanj 2014.



HNB

ISTRAŽIVANJA I-44

IZDAVAČ

Hrvatska narodna banka
Direkcija za izdavačku djelatnost
Trg hrvatskih velikana 3, 10002 Zagreb
Telefon centrale: 01/4564-555
Telefon: 01/4565-006
Telefaks: 01/4564-687

WEB-ADRESA

www.hnb.hr

GLAVNI UREDNIK

Evan Kraft

UREDNIŠTVO

Ljubinko Jankov
Gordi Sušić
Maroje Lang
Boris Vujčić

UREDNIKA

Romana Sinković

GRAFIČKI UREDNIK

Slavko Križnjak

DIZAJNER

Vjekoslav Gjergja

LEKTORICA

Sanda Uzun-Ikić

Za stajališta iznesena u ovom radu odgovorni su autori i ta stajališta nisu nužno istovjetna službenim stajalištima Hrvatske narodne banke.

Molimo korisnike ove publikacije da pri korištenju podataka obvezno navedu izvor.

Sve eventualno potrebne korekcije bit će unesene u web-verziju.

ISSN 1334-0077 (online)



HNB

HRVATSKA NARODNA BANKA

ISTRAŽIVANJA I-44

Kratkoročne prognoze BDP-a u uvjetima strukturnih promjena

Rafael Ravnik

Zagreb, srpanj 2014.

Sažetak

U radu je predloženo nekoliko modela s promjenjivim parametrima, procijenjenih bajesovskim tehnikama, koji su upotrijebljeni za kratkoročno prognoziranje hrvatskog BDP-a. Navedeni modeli osim domaćih varijabla uključuju i BDP Europske unije te su na taj način u obzir uzete specifičnosti male otvorene ekonomije. Prediktivna sposobnost navedenih modela uspoređena je s naivnom *benchmark* prognozom. Rezultati upućuju na to da modeliranje promjenjivih parametara unaprjeđuje prognoze BDP-a u usporedbi s naivnim *benchmark* modelom, a dodatno je utvrđeno kako su prosječne prognostičke pogreške za sve testirane modele s promjenjivim parametrima manje od pogrešaka jednako specificiranih modela s fiksnim parametrima.

Ključne riječi:

prognoze BDP-a, bajesovski modeli s promjenjivim parametrima

JEL klasifikacija:

C32, E37, E47

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Modeliranje strukturnih promjena i prognoziranje	2
2.1. Modeliranje strukturnih promjena	2
2.2. Prognoziranje ekonomske aktivnosti	3
3. Prognostički modeli	4
3.1. Vektorski autoregresivni modeli s promjenjivim parametrima	4
3.2. Regresija s promjenjivim parametrima	6
3.3. Bajesovska procjena parametara	6
3.4. <i>Benchmark</i> prognoze	7
4. Evaluacija prognoza	8
4.1. Podaci	9
5. Rezultati	10
6. Zaključak	13
7. Literatura	14
8. Dodatak 1. Carterov i Kohnov algoritam	16
9. Dodatak 2. Dieboldov i Marianov test	18

1. Uvod

Hrvatska je ekonomija u proteklih desetak godina doživjela velike strukturne promjene i promjene u trendovima osnovnih makroekonomskih varijabla. Primjerice, prosječna godišnja stopa rasta realnog bruto domaćeg proizvoda u razdoblju od 2000. do 2008. iznosila je 4,5%, a zbog višegodišnjih negativnih stopa ta se stopa naposljetku smanjuje na samo 1,8%. Zbog navedenoga kontinuiranog pada ostvarenog BDP-a vidljivo je čak i smanjivanje razine potencijalnog BDP-a (Bokan i Ravnik, 2012.). Također, kod transmisije ekonomske aktivnosti Europske unije na domaću ekonomsku aktivnost moguće je uočiti postupne promjene. Naime, u pretkriznom razdoblju i u prvom valu krize (do kraja 2009. godine) vidljiva je znatna usklađenost poslovnih ciklusa i trenutna transmisija strane ekonomske aktivnosti na domaću¹, a u najrecentnijem razdoblju takav je prijenos sve manje vidljiv. Tako, primjerice, kratkotrajni izlazak iz recesije opažen u većini europskih zemalja tijekom 2010. godine u Hrvatskoj nije vidljiv, dok je oporavak u 2011. godini gotovo zanemariv. Promjene su očite i na međunarodnim financijskim tržištima, s naglaskom na transmisiji aktivnosti s navedenih tržišta na domaći financijski i realni sektor. Kunovac (2013.) pokazuje kako za objašnjavanje premije za rizik i cijene zaduživanja Hrvatske tijekom 2011. i 2012. godine sve veću važnost, osim domaćih fundamenata, imaju prelijevanje i zaraza fiskalne krize u eurozoni. Takvo egzogeno uzrokovano povećanje cijene zaduživanja zasigurno je imalo utjecaja na proračun i fiskalnu politiku te naposljetku i na domaći BDP. Stoga je od početka recesije u Hrvatskoj dva puta povećana opća stopa PDV-a, a snažan rast proračunskih izdataka iz razdoblja od 2000. do 2011. usporen je u posljednje dvije godine. Što se kreditne aktivnosti tiče, također je moguće identificirati razdoblje ubrzanog rasta kredita privatnom sektoru i znatnog dotoka kapitala iz inozemstva u razdoblju od 2002. do 2008., nakon čega nastupa razdoblje kreditnog loma (Krznar *et al*, 2011.). Zbog toga je u navedenom razdoblju došlo i do znatnog labavljenja monetarne politike HNB-a, primjerice višestrukim smanjivanjem obvezne pričuve, uz istodobno vrlo ekspanzivnu monetarnu politiku Europske središnje banke.

U uvjetima navedenih velikih strukturnih promjena i promjena u ekonomskim politikama, prognoziiranje ekonomske aktivnosti znatno je teže u usporedbi s pretkriznim razdobljem. Buduće stanje ekonomije od ključne je važnosti za nositelja monetarne politike kako bi na buduća kretanja mogao adekvatno i pravodobno reagirati raspoloživim instrumentima. Upravo se zato u ovom radu ispituje mogućnost kratkoročnog prognoziiranja BDP-a pomoću ekonometrijskih modela s parametrima promjenjivima tijekom vremena (engl. *time-varying parameter models*, TVP), koji nam omogućuju eksplicitno modeliranje navedenih strukturnih promjena. Modeli će se iterativno procijeniti i prognozirati na pomičnom uzorku koji obuhvaća petogodišnje razdoblje, uključujući visoke pretkrizne stope rasta, financijsku krizu i nagli pad BDP-a, te tzv. fiskalnu krizu. Performanse takvih modela u smislu prosječne prognostičke pogreške usporedit će se sa sličnim standardnim modelima s fiksnim parametrima.

¹ Primjerice, Krznar i Kunovac (2010.) pokazuju kako šok stranog (europskog) BDP-a za jedan postotni bod dovodi do povećanja domaćeg BDP-a za također jedan postotni bod već nakon jednog tromjesečja te za čak dva postotna boda nakon dvije godine.

Imajući na umu važnost modeliranja navedenih strukturnih promjena, cilj je rada utvrditi postoji li doprinos u korištenju modela s promjenjivim parametrima pri modeliranju i prognoziranju BDP-a. U tu će se svrhu primjenjivati bayesovska procjena promjenjivih parametara, kao npr. u Canova (2002.), D'Agostino *et al* (2010.), Eickmeier *et al* (2011.) i Mumtaz *et al* (2012.). U svim navedenim radovima evaluirane su prognoze za SAD, Europsku uniju ili Veliku Britaniju, dok je u ovome radu cilj ispitati prediktivnu sposobnost takvih modela za znatno manju posttranzicijsku ekonomiju poput Hrvatske, koja je pod snažnim utjecajem vanjskih šokova. Iz tog će se razloga, osim domaćih varijabla, uključiti i egzogene pretpostavke o kretanju europskog BDP-a, čija je transmisija na domaći BDP također modelirana uz promjenjive parametre. Navedeno uključivanje stranih varijabla i eksplicitno modeliranje male otvorene ekonomije doprinosu postojećoj literaturi o prognozama BDP-a pomoću TVP modela.

U ovom je radu rekurzivno procijenjeno i prognozirano šest modela s promjenjivim parametrima (jedna regresijska jednadžba i pet VAR modela). Svi navedeni modeli procijenjeni su i uz fiksne parametre primjenom metode najmanjih kvadrata (OLS), a dodatno je evaluirana naivna prognoza. Za svaku iteraciju i svaki model prognozirani su domaći BDP za razdoblje od četiri tromjesečja. Za sve modele izračunato je nekoliko standardnih pokazatelja prosječne prognostičke pogreške, a dodatno je proveden Dieboldov i Marianov statistički test (Diebold i Mariano, 1995.) kako bi se prognostičke performanse modela s promjenjivim parametrima usporedile s performansama modela s fiksnim parametrima.

Rezultati upućuju na to da je prosječna prognostička pogreška za većinu modela s promjenjivim parametrima manja u usporedbi s jednako specificiranim modelima s fiksnim parametrima, kao i u usporedbi s naivnim modelom. Potrebno je naglasiti kako se korištenjem TVP modela prognoze poboljšavaju za 1 – 15% u odnosu na jednostavan naivni model, što znači da je marginalni doprinos upotrebe takvih modela vrlo blag. Unatoč tome, takvi rezultati nisu iznenađujući ako se u obzir uzmu rezultati dobiveni u spomenutim radovima za druge zemlje u kojima je poboljšanje prognoza BDP-a unutar istih granica. Rezultati ovog rada zajedno s rezultatima iz ostalih sličnih radova upućuju na to da je BDP varijabla koju je vrlo teško prognozirati ateoretskim ekonometrijskim modelima u roku dužem od jednog tromjesečja, čak i ako je riječ o sofisticiranim modelima koju u obzir uzimaju strukturne promjene. No, usporedbom modela s fiksnim parametrima i modela s promjenjivim parametrima dolazi se do važnog rezultata. Naime, na korištenom uzorku prognostička pogreška za gotovo sve modele s promjenjivim parametrima manja je od onih dobivenih primjenom ekvivalentnih modela s fiksnim parametrima, što potvrđuje prednost primjene modela s promjenjivim parametrima u svrhu prognoziranja BDP-a u uvjetima strukturnih promjena. Dodatno, sudeći prema dobivenim rezultatima, uprosječivanjem prognoza za sve korištene modele prosječna prognostička pogreška smanjuje se za nekoliko dodatnih postotnih bodova.

Ostatak rada strukturiran je na sljedeći način. U drugom poglavlju objašnjeno je modeliranje strukturnih promjena s osvrtom na postojeću literaturu te su objašnjeni razlozi primjene takvih modela pri prognoziranju ekonomskih varijabla. Nakon toga je dano detaljno objašnjenje modela koji su korišteni u ovoj analizi te načini njihove evaluacije. U petom je poglavlju prikaz rezultata i rasprava o njima, nakon čega slijedi zaključak.

2. Modeliranje strukturnih promjena i prognoziranje

2.1. Modeliranje strukturnih promjena

Velik broj radova u posljednjih se dvadesetak godina usmjerio na ekonometrijsko modeliranje strukturnih promjena sličnih onima navedenima u uvodu.

Prvo istraživanje vezano uz modeliranje promjena odnosno lomova u parametrima je Goldfeld i Qandt (1973.), u kojemu su razvijeni tzv. Markovljevi modeli promjene režima (engl. *regime switching models*), tj. modeli koji omogućuju nagle promjene regresijskih parametara. U takvim se modelima identificiraju različite

vrijednosti parametara s obzirom na različite režime opisanog procesa. Sljedeći korak u razvoju Markovljevih modela promjene režima učinio je Hamilton (1989.) dodavanjem dinamičkih odnosno autoregresivnih elemenata u takve specifikacije. Upravo je navedeni rad početak intenzivnije primjene takve vrste modela (Kim i Nelson, 1999.).

Osim u klasičnoj ekonometriji modeli s promjenjivim parametrima razvijeni su i u domeni bajesovske ekonometrije. Prvi su radovi na tom polju Carter i Kohn (1994.) te Kim i Nelson (1998.). No njihova ozbiljnija primjena započinje tek nakon rada Cogley i Sargent (2002.), u kojemu je razvijen bajesovski VAR model s promjenjivim parametrima (engl. *Time varying parameter Bayesian vector autoregression*, TVP-BVAR). Za razliku od većine prijašnjih radova u kojima su modelirane nagle promjene u parametrima, navedeni VAR model omogućuje modeliranje kontinuiranih izglađenih promjena u parametrima. Dodatna prednost ovakvih modela je njihova fleksibilna struktura u kojoj je proces prema kojemu se mijenja svaki pojedini parametar neovisan o procesima svih ostalih parametara. U tom se radu procjenjuje monetarni TVP-BVAR, uz strukturnu analizu, a isti se takvi modeli nakon toga počinju primjenjivati i za prognoziranje makroekonomskih varijabla. Primjerice, Canova (2002.) ispituje prediktivnu sposobnost velikog broja modela s fiksnim i promjenjivim parametrima te zaključuje kako TVP-BVAR modeli znatno unaprjeđuju prognoze inflacije te da takvi modeli vrlo dobro identificiraju promjene smjera u inflaciji.

2.2. Prognoziranje ekonomske aktivnosti

Nakon nastupanja svjetske ekonomske krize 2008. godine ekonomistima se često upućuje kritika kako korišteni standardni ekonometrijski i makroekonomski modeli nisu u mogućnosti predvidjeti takve snažne recesije. Upravo se iz tog razloga posljednjih godina pojavljuje velik broj radova u kojima se ispituju prediktivne performanse alternativnih metoda za prognoziranje BDP-a i ostalih pokazatelja ekonomske aktivnosti. Ovdje vrlo važnu ulogu imaju i modeli s promjenjivim parametrima, prije svega TVP-BVAR modeli. D'Agostino *et al* (2010.), primjenjujući TVP-BVAR, prognoziraju nezaposlenost (kao mjeru ekonomske aktivnosti), inflaciju te kamatne stope za SAD, te zaključuju kako navedeni model prosječno daje mnogo bolje prognoze od svih ostalih procijenjenih modela s fiksnim parametrima, ali također navode kako su prognoze stope nezaposlenosti znatno lošije od prognoza ostalih dviju varijabla. Mumtaz *et al* (2012.) za Veliku Britaniju ispituju prognostičke performanse istog skupa varijabla kao i u prethodno spomenutom radu, ali umjesto nezaposlenosti rabe BDP kao adekvatniju mjeru ekonomske aktivnosti. Uz standardni TVP-BVAR procjenjuju i širok skup drugih bajesovskih modela s promjenjivim parametrima kao i razne specifikacije Markovljevih modela promjene režima. U navedenom je radu evaluiran velik broj modela (25) na izrazito velikom uzorku (1976. – 2007.) te se dobiveni rezultati mogu smatrati relevantnima. Osnovni je zaključak da se, općenito gledajući, makroekonomske varijable bolje prognoziraju TVP modelima u usporedbi s jednostavnim *benchmark* modelima, modelima s fiksnim parametrima, ali i u usporedbi s modelima promjene režima, koji pokazuju najlošije performanse. No, ponovo rezultati upućuju na to da je mnogo lakše "pobijediti" jednostavne naivne prognoze za modele inflacije i kamatnih stopa, u usporedbi s modelima za BDP. Naime, poboljšanja prognoza BDP-a TVP modelima u usporedbi s AR(1) modelom kreću se oko 5%, ovisno o korištenom modelu. Marcelino *et al* (2012.) provode analizu sličnu onoj u Mumtaz *et al* (2012.) uz širi skup varijabla i veći broj zemalja (sve zemlje OECD-a). No, u tom su radu evaluirane prognoze isključivo za univarijatne modele s promjenjivim parametrima, a zaključci se razlikuju ovisno o prognoziranim varijablama i zemljama. Rezultati upućuju na to da sve varijable koje opisuju ekonomsku aktivnost, uključujući BDP, pokazuju nešto lošije performanse te su prosječne prognostičke pogreške za TVP modele katkad i veće od onih za jednostavne autoregresivne modele s fiksnim parametrima.

Rezultati dobiveni u navedenim radovima općenito nisu jednoznačni, no jasno je kako su prognoze BDP-a korištenjem TVP modela samo marginalno bolje od prognoza najjednostavnijih naivnih prognoza. Mogućnost poboljšanja prognoze odnosno smanjenja prosječne pogreške pri korištenju modela s promjenjivim parametrima u odnosu na jednostavne naivne modele kreće se u rasponu od oko 5% do najviše 15%, dok su prognostičke pogreške pri korištenju VAR modela s fiksnim parametrima ili modela s promjenama u režimu čak i veće od onih dobivenih naivnim modelima. Iz svega navedenog može se zaključiti kako je BDP varijabla

koju je, čak i u kratkom roku, vrlo teško prognozirati te se stoga pri interpretaciji rezultata ovog rada trebaju na umu imati navedene činjenice.

Ako navedeni modeli, koji su ekonometrijski vrlo sofisticirani, ne mogu znatno unaprijediti prognoze, postavlja se pitanje koja je metodologija adekvatna za prognoziranje BDP-a. Jedan je od mogućih odgovora prognoziranje kombinacijom različitih modela i ekspertnih znanja. Međutim, prognoze hrvatskog BDP-a iz ove analize nisu usporedive s profesionalnim prognozama različitih institucija kao što su Hrvatska narodna banka, Ekonomski institut, Međunarodni monetarni fond ili Europska komisija, prije svega zato što vremenski horizont, frekvencija, učestalost prognoza i dostupnost podataka u stvarnom vremenu nisu usporedivi. No može se pretpostaviti da su takve profesionalne prognoze bolje od čisto modelskih prognoza jer u tom slučaju postoji mogućnost korištenja šireg skupa informacija te se osim ateoretskih modelskih prognoza u obzir uzimaju i različiti strukturni modeli kao i ekspertna znanja. Upravo stoga ovdje testirani modeli mogu poslužiti isključivo kao jedan od inputa u širem procesu prognoziranja BDP-a. Također je potrebno naglasiti kako su u ovome radu prikazani primjeri samo nekoliko modela s promjenjivim parametrima, dok se u praktičnoj primjeni skup modela i varijabla može razlikovati i nadopunjavati pri svakoj projekcijskoj iteraciji. Osim navedenih modela za tzv. kratkoročnu prognozu ekonomske aktivnosti vrlo važnu ulogu, i u literaturi i u primjeni, imaju i modeli za ocjenu BDP-a u tekućem tromjesečju odnosno *nowcasting* modeli. Korištenjem takvih modela prognostičke su pogreške ipak znatno manje od onih dobivenih naivnim modelima, ali i onih dobivenih bilo kojim drugim ekonometrijskim modelima (Reichlin *et al*, 2008., Marcellino i Schumacher, 2007., te za Hrvatsku Kunovac i Špalat, 2014.). Rezultati o stanju ekonomije u tekućem tromjesečju dobiveni takvim *nowcasting* modelima najčešće služe kao početna točka za prognoziranje ekonomske aktivnosti za buduće razdoblje ateoretskim ili složenijim strukturnim modelima. Tako se pri praktičnom korištenju ovdje prikazanih modela također mogu rabiti procjene dobivene *nowcastom* kao input za prvo tromjesečje prognostičkog horizonta. No, cilj ovog rada nije objašnjavanje procesa prognoziranja u praksi te će se stoga u svim korištenim modelima zanemariti dostupni mjesečni pokazatelji u prvom tromjesečju prognostičkog horizonta.

3. Prognošički modeli

U ovom su poglavlju najprije detaljno objašnjeni modeli s promjenjivim parametrima koji su primijenjeni u ovome radu, kao i način procjene navedenih modela, a nakon toga ukratko su opisani *benchmark* modeli.

3.1. Vektorski autoregresivni modeli s promjenjivim parametrima

Vektorski autoregresivni (VAR) model s promjenjivim parametrima koji će se rabiti za prognoziranje hrvatskog BDP-a sličan je onima u Cogley i Sargent (2002.) te Mumtaz *et al* (2012.). U ovom će se radu procijeniti pet TVP-BVAR modela s različitim skupom varijabla. Najjednostavniji model uključuje samo BDP i kredite kao endogene varijable, dok egzogene varijable nisu uključene u model. Drugi model, osim navedenih dviju varijabla, uključuje i BDP Europske unije kao egzogenu varijablu. Dodatna tri TVP-BVAR modela sastoje se od tri endogene i jedne egzogene varijable.²

Egzogena varijabla za sva tri navedena modela je BDP Europske unije, dok su endogene varijable za jedan od modela BDP, krediti i burzovni indeks CROBEX, odnosno za drugi BDP, krediti i CDS (engl. *Credit default swap*) za Hrvatsku obveznicu te za treći model BDP, krediti i kamatna stopa na kratkoročne kredite. Varijable BDP, krediti, CROBEX i BDP Europske unije u model su uključene u godišnjim stopama promjene, dok su

² U ovome je radu korišten VAR s maksimalno četiri varijable zbog toga što je korišten uzorak prekratak za bilo koji veći broj varijabla. Iz istog je razloga za sve VAR modele korišten jedan pomak (engl. *lag*).

kamatna stopa i CDS uključeni u razinama. U svim su modelima uključeni krediti iz razloga što se ekonomski rast u pretrkriznom razdoblju u velikoj mjeri zasnivao na porastu kreditne aktivnosti, a promjenjivi parametri omogućuju modeliranje postupnog slabljenja važnosti kreditne aktivnosti za rast BDP-a nakon 2008. godine. Burzovni indeks CROBEX uključen je u jedan od modela kako bi se u obzir uzela veza između domaćega financijskog tržišta i realne ekonomske aktivnosti, a navedenu je vezu također zanimljivo modelirati promjenjivim parametrima jer se ona uvelike razlikuje u turbulentnim vremenima u odnosu na mirnija vremena (Kunovac, 2011.). Osim toga, nekoliko radova kao što su Fisher i Merton (1984.), Guo (2002.) ili Barro (1990.) predlažu niz teorijskih i empirijskih razloga zbog kojih bi cijene dionica trebale pridonijeti prognoziranju realne ekonomske aktivnosti. Može se pretpostaviti da će cijena zaduživanja također imati utjecaja na BDP, a osim domaćih činitelja na navedenu cijenu utječu i strani činitelji, pa je stoga i CDS korišten u jednom od modela.

Za svih pet navedenih modela procijenjen je TVP-BVAR u reduciranom obliku:

$$Y_t = c_t + \mathbf{B}_t Y_{t-1} + D_t x_t + u_t \quad (1)$$

gdje je Y_t vektor endogenih varijabli, Y_{t-1} vektor endogenih varijabli s pomakom 1, x_t egzogena varijabla, c_t , \mathbf{B}_t i D_t su matrice (vektori) parametara, dok je u_t vektor reziduala. Vektori Y_t , c_t i D_t jesu dimenzije $N \times 1$, gdje je N broj endogenih varijabli (jednadžbi), a \mathbf{B}_t je matrica dimenzije $N \times N$. Kod takvog je zapisa razlika u odnosu na standardni VAR s fiksnim parametrima isključivo u indeksiranju parametara vremenskim indeksom t . Ako se pretpostavi da je jednadžba (1) jednadžba mjerenja (engl. *measurement/observation equation*) modela zapisanog u reprezentaciji prostora i stanja (engl. *state-space*), parametri c_t , \mathbf{B}_t i D_t bit će neopažene varijable, a u_t pogreška mjerenja. Radi lakšeg zapisa, svi će se elementi iz matrica c_t , \mathbf{B}_t i D_t složiti u vektor β_t , dimenzije $(N \times (N+2)) \times 1$. Tako zapisane neopažene varijable odnosno promjenjivi parametri modelirat će se jednadžbom stanja (engl. *state equation*) odnosno autoregresivnim procesom prvog reda:

$$\beta_t = \mathbf{F} \beta_{t-1} + v_t \quad (2)$$

Kao što je uobičajeno u postojećoj literaturi³, pretpostavit će se da parametri slijede proces slučajnog hoda (engl. *random walk*), tj. matrica \mathbf{F} je jedinična. Reziduali u_t i v_t imaju uobičajena svojstva neautokoreliranosti, uz nulto očekivanje i homoskedastične odnosno konstantne varijance

$$E(u_t) = 0, \text{cov}(u_t, u_s) = 0, \text{ za } t \neq s \quad (3)$$

$$\text{var}(u_t) = \mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & & R_{N,N} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$E(v_t) = 0, \text{cov}(v_t, v_s) = 0, \text{ za } t \neq s \quad (5)$$

$$\text{var}(v_t) = \mathbf{R} = \begin{pmatrix} Q_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & & Q_{(N \times (N+2)), (N \times (N+2))} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\text{cov}(u_t, v_t) = 0 \quad (7)$$

U ovom će se slučaju procijeniti $(T \times N \times (N+2))$ promjenjivih parametara te dodatnih N dijagonalnih elemenata matrice \mathbf{R} i $(N \times (N+2))$ dijagonalnih elemenata matrice \mathbf{Q} (fikсни parametri). Potrebno je naglasiti kako će se svi parametri navedenih TVP-BVAR modela, kao i TVP regresije, procijeniti bajesovskim simulacijskim metodama. U tu je svrhu korišten Carterov i Kohnov algoritam, koji je detaljnije opisan u Dodatku 1.

³ Vidjeti primjerice Cogley i Sargent (2002.) ili Mumtaz *et al* (2012.).

3.2. Regresija s promjenjivim parametrima

Najjednostavniji TVP model pomoću kojega će se u ovome radu prognozirati BDP jest regresija s promjenjivim parametrima. U toj je regresiji godišnja stopa rasta hrvatskog BDP-a (Y_t^{BDP}) regresirana na godišnju stopu rasta BDP-a Europske unije (Y_t^{BDPEU}), godišnju stopu rasta hrvatskog BDP-a iz prošlog tromjesečja (Y_{t-1}^{BDP}) i konstantu (c_t).

$$Y_t^{BDP} = c_t + \beta_t^{lag} Y_{t-1}^{BDP} + \beta_t^{EU} Y_t^{BDPEU} + u_t \quad (8)$$

Gore zapisana jednadžba je jednadžba mjerenja, dok će parametri, kao i u slučaju TVP-BVAR-a, biti neopažene varijable, a u_t pogreška mjerenja. Jednadžba stanja za parametre β_t također je opisana procesom slučajnog hoda ($F = I$), bez konstante odnosno jednadžbom (2).

Za jednadžbu stanja (2) i mjerenja (8) reziduali (u_t, v_t) međusobno su nekorelirani, neautokorelirani te imaju očekivanje jednako nuli i konstantne varijance R odnosno Q . Posljedično, u gore opisanom modelu je, osim promjenjivih parametara odnosno neopaženih varijabli, potrebno procijeniti i tri fiksna parametra iz matrice Q te parametar R .

3.3. Bajesovska procjena parametara

Svi parametri iz opisanih TVP modela procijenit će se bajesovskim metodama, što znači da se pretpostavlja kako je svaki parametar slučajna varijabla, za razliku od klasične ekonometrije, kod koje se pretpostavlja da je samo procjenitelj parametra, a ne i sam parametar, slučajna varijabla.⁴ U bajesovskoj će ekonometriji *a posteriori* distribucije biti procjenitelji parametara, a dobivene su kao kombinacija funkcije vjerodostojnosti (*likelihood*) i *a priori* distribucije. Često se rabe modeli kod kojih su aposteriorne distribucije istog tipa kao i apriorne distribucije, a takve se distribucije nazivaju konjugiranima. No za klasu modela prostora stanja, kao i za mnoge druge modele, aposteriorna distribucija nije nužno istog tipa kao apriorna distribucija. Dodatno je kod takvih modela aposteriorne distribucije često teško analitički izvesti te su poznate samo do na normalizirajuću konstantu. Unatoč tome, za takve je slučajeve moguće aproksimirati aposteriornu distribuciju simulacijskim metodama Monte Carlo Markovljevih lanaca (engl. *Monte Carlo Markov Chains*, MCMC). MCMC metode omogućuju simuliranje putanje Markovljeva lanca čija je granična distribucija jednaka traženoj distribuciji. Naime, nakon dovoljno velikog broja simulacija i uz zadovoljavanje određenih uvjeta⁵ simulirane numeričke vrijednosti mogu se smatrati uzorkom iz tražene aposteriorne distribucije. Najčešće korištena MCMC metoda u bajesovskoj ekonometriji jest Metropolisov i Hastingsov algoritam. Ako je za neki model moguće analitički izvesti uvjetne distribucije za svaki parametar (uvjetno na numeričke vrijednosti za sve ostale parametre), rabit će se Gibbsov *sampler*, koji je poseban slučaj Metropolisova i Hastingsova algoritma. Ukratko, Gibbsov *sampler* je MCMC algoritam koji omogućuje aproksimiranje traženih graničnih ili zajedničkih *a posteriori* distribucija, numeričkim simuliranjem iz uvjetnih distribucija.

Carter i Kohn (1994.) analitički izvode uvjetne *a posteriori* distribucije za neopažene varijable u modelima prostora stanja te razvijaju algoritam koji omogućuje uključivanje Gibbsova *samplera* u takve modele. U nastavku je ukratko objašnjena osnovna ideja navedenog algoritma, a u dodatku radu dan je detaljan opis.

Kako bi se započeo proces simulacije Carterovim i Kohnovim algoritmom, u nultom je koraku potrebno odrediti inicijalne numeričke vrijednosti i apriorne distribucije za sve nepoznate parametre i neopažene varijable. Elementi matrice varijanci i kovarijanci reziduala jednadžbe mjerenja, R , apriorno su distribuirani prema inverznoj Wishartovoj distribuciji, $p(R) \sim IW(\underline{R}, \underline{s})$ gdje su \underline{R} i \underline{s} parametar skaliranja i broj stupnjeva slobode apriorne distribucije. Za elemente matrice varijanci i kovarijanci reziduala jednadžbe stanja, Q , također je *a priori* pretpostavljena inverzna Wishartova distribucija, $p(Q) \sim IW(\underline{Q}, \underline{T})$, dok je za neopažene varijable *a priori*

⁴ U nastavku je samo ukratko objašnjena osnovna ideja bajesovske procjene i Gibbsova *samplera*, dok je detaljnije objašnjenje dano u Kunovac (2012.).

⁵ Vidjeti Casella i George (1992.) te Robert i Casella (2004.) za potrebne uvjete za konvergenciju Gibbsova *samplera*.

pretpostavljena normalna distribucija, $p(\beta) \sim N(\underline{b}, \underline{E})$. Nakon što su se odredile *a priori* distribucije i parametri te odabrale proizvoljne inicijalne vrijednosti, iterativno će se provoditi sljedeća dva koraka simuliranja iz uvjetnih *a posteriori* distribucija primjenjujući Gibbsov *sampler* za M ponavljanja:

1. Uz dane opažene podatke i numeričke vrijednosti hiperparametara⁶ iz matrica $\mathbf{R}^{(m-1)}$ i $\mathbf{Q}^{(m-1)}$ generiraju se vrijednosti za neopažene varijable $\tilde{\beta}_T^{(m)}$.⁷
2. Uz dane opažene podatke i vrijednosti $\tilde{\beta}_T^{(m)}$ generiraju se vrijednosti za hiperparametre.

Za prvi korak u prvom ponavljanju algoritam započinje simuliranjem vremenske serije za neopažene varijable, $\tilde{\beta}_T^{(1)}$, uz dane inicijalne vrijednosti hiperparametara iz matrica $\mathbf{R}^{(0)}$ i $\mathbf{Q}^{(0)}$, dok se za sva ostala ponavljanja $m=2, \dots, M$ promjenjivi parametri $\tilde{\beta}_T^{(m)}$ simuliraju primjenjujući informacije o hiperparametrima iz prethodnog ponavljanja. Proces simulacije iz prvog i drugog koraka iterativno će se nastaviti sve do konvergencije distribucija u konačne stacionarne *a posteriori* distribucije, a statistička analiza provodit će se na posljednjim $M-K$ ponavljanjima, gdje je prvih K ponavljanja tzv. zagrijavanje (engl. *burn-in*). Za sve bajesovske modele u ovome radu odabrane su vrijednosti $M=30000$ i $K=15000$.

3.3.1. Specifikacija apriornih distribucija i inicijalnih vrijednosti

Odabir parametara apriornih distribucija bit će dovoljno objektivan kako bi se pri procjeni i prognoziranju svakog modela u obzir uzeo jednak informacijski skup. Iz tog razloga parametri apriornih distribucija čine OLS procjene parametara VAR odnosno regresijskog modela dobivenih na probnom uzorku.⁸ Tako će se vrijednosti iz matrice varijanci i kovarijanci reziduala jednadžbe mjerenja, procijenjene na probnom uzorku, rabiti kao *a priori* parametri za \underline{R} , te će osim toga poslužiti i za izračun *a priori* parametara za matricu varijanci i kovarijanci jednadžbe stanja, \underline{Q} . Prema Cogley i Sargent (2002.) \underline{Q} će se odrediti kao $\underline{Q} = \mathbf{Q}^T \times T_0 \times \omega$, gdje je \mathbf{Q}^T OLS procjene za Q , T_0 je broj tromjesečja uključenih u probni uzorak, a ω je proizvoljno određen skalar. Ovdje je potrebno naglasiti kako je za krajnji rezultat u obliku *a posteriori* promjenjivih parametara vrlo važna vrijednost *a priori* parametara u matrici \underline{Q} zato što će se njima kontrolirati stupanj varijacije promjenjivih parametara. Posljedično, i odabir vrijednosti za skalar ω imat će vrlo važnu ulogu. Iako je u Cogley i Sargent (2002.) za navedeni parametar određena vrijednost od 0,00035, on će u ovome radu ipak biti znatno veći, jer za relativno kratak uzorak odnosno mali T_0 nije moguće dostići dovoljno veliku varijaciju za $\tilde{\beta}_T$. Iz navedenog je razloga za svaki od korištenih modela odabrana dovoljno velika vrijednost ω , za koju postoji vidljiva varijacija za $\tilde{\beta}_T$, a koja neće dovesti do numeričkih problema pri simulaciji te će simulirane vrijednosti konvergirati u konačne stacionarne aposteriorne distribucije unutar prvih K ponavljanja. Vrijednosti za ω su, ovisno o modelu, u rasponu od 0,05 do 0,15.⁹ Broj stupnjeva slobode apriornih distribucija za hiperparametre, \underline{s} i \underline{T} , jednak je T_0 . Parametri očekivanja za *a priori* distribuciju neopaženih varijabli, \underline{b} , jednaki su odgovarajućoj OLS procjeni parametara na probnom uzorku. Sve potrebne inicijalne vrijednosti jednake su prethodno opisanim parametrima *a priori* distribucija.

3.4. Benchmark prognoze

U ovom je potpoglavlju opisano nekoliko modela s fiksnim parametrima koji su procijenjeni i prognozirani na jednakom pomičnom uzorku kako bi se prosječne prognostičke pogreške takvih modela usporedile s TVP modelima. U tu su svrhu korištene dvije skupine modela: tzv. naivni modeli te regresije i VAR modeli s fiksnim parametrima čija je specifikacija jednaka TVP modelima.

Naivnim prognozama na vrlo jednostavan način bez ikakve dodatne informacije i procjene parametara prognozira se određena vremenska serija. Modeli koji imaju široku primjenu u literaturi jesu proces slučajnog

6 U ovom se slučaju slično kao i u D'Agostino *et al* (2010.) rabi uobičajeni termin "hiperparametri" za \mathbf{R} i \mathbf{Q} kako bi se razlikovali od parametara VAR modela $\tilde{\beta}_T^{(m)}$, tj. promjenjivih parametara.

7 Jednostavnosti radi, vremenski niz neopaženih varijabli $\{\beta_t\}_t^T$ označit će se s $\tilde{\beta}_T$. Na isti će se način niz endogenih i egzogenih opaženih varijabla označavati s \tilde{Y}_T odnosno \tilde{x}_T .

8 Probni uzorak obuhvaća prvih 20 tromjesečja cjelokupnog uzorka.

9 Modeli s više varijacija, odnosno većim ω , pokazali su znatno manje prognostičke pogreške od modela kod kojih je ω relativno manji.

hoda (engl. *random walk*, RW) i prognoza bezuvjetnim očekivanjem (engl. *unconditional mean forecast*, UCM). Osim navedena dva naivna modela, testirane su prediktivne sposobnosti ostalih standardnih *benchmark* modela, no UCM prognoza, primjenom posljednjih četiriju tromjesečnih stopa, pokazala je najmanje prognostičke pogreške te je iz tog razloga korištena kao adekvatna *benchmark* prognoza.

Prognoza BDP-a korištenjem UCM-a za svaki horizont h definirana je kao prosjek posljednjih četiriju opaženih stopa rasta BDP-a:¹⁰

$$\Delta \hat{Y}_{T+h} = \frac{1}{4} \Delta Y_T + \frac{1}{4} \Delta Y_{T-1} + \frac{1}{4} \Delta Y_{T-2} + \frac{1}{4} \Delta Y_{T-3} \quad (9)$$

VAR modeli i regresija s fiksnim parametrima koji služe kao dodatni *benchmark* za evaluaciju TVP modela procijenjeni su OLS-om primjenom jednakog broja lagova te jednakih endogenih i egzogenih varijabla kao i odgovarajućeg TVP modela. Cilj uključivanja ovih modela u analizu je izravna usporedba prognostičkih performansi bajesovskih TVP modela i standardnih klasičnih modela s fiksnim parametrima s identičnim specifikacijama, što znači da razlika u prognozama proizlazi isključivo iz razlike u metodi procjene parametara.

4. Evaluacija prognoza

Svi opisani modeli procijenjeni su i prognozirani rekurzivno na pomičnom uzorku od 20 tromjesečja te će za svaki model za svih 20 iteracija i prognostički horizont od četiri tromjesečja prognoziranje godišnje stope rasta BDP-a biti upotrijebljene za evaluaciju i usporedbu korištenih modela. U tu je svrhu korišten skup podataka za razdoblje od prvog tromjesečja 2000. godine do trećeg tromjesečja 2013. godine. Za prvu iteraciju procijenjeni su modeli do 2007Q4 te su prognoziranje godišnje stope rasta BDP-a za četiri tromjesečja odnosno za 2008Q1-2008Q4. Dobivene su prognoze uspoređene s ostvarenjima za navedeno razdoblje te su izračunate prognostičke pogreške za svaki od četiri prognozirana tromjesečja. Nakon toga je uzorak za procjenu modela povećan za jedno tromjesečje odnosno do 2008Q1 te je BDP za sve modele prognoziran za razdoblje 2008Q2-2009Q1, a prognostičke pogreške su izračunate na isti način kao i za prethodnu iteraciju. Na taj je način nastavljen proces sukcesivnog proširivanja uzorka sve do posljednjeg tromjesečja, tj. trećeg tromjesečja 2012. godine, a posljednja se prognoza odnosi na razdoblje 2012Q4-2013Q3.¹¹

Iz svih je dobivenih prognoza i za svaki korišteni model izračunata prognostička pogreška, a četiri serije od 20 pogrešaka za svaki model korištene su za izračun nekoliko pokazatelja. Najprije su izračunate dvije uobičajene mjere: korijen prosječne srednjekvadratne prognostičke pogreške (engl. *Root mean squared forecast error*, RMSFE) i prosječna apsolutna prognostička pogreška (engl. *Mean absolute forecast error*, MAFE).

Ako pretpostavimo da je $\{\hat{Y}_{t+h}\}_1^T$ niz prognoza BDP-a za h -to razdoblje unaprijed, a $\{Y_{t+h}\}_1^T$ odgovarajuća ostvarenja, RMSFE za h -ti horizont može se zapisati na sljedeći način:

$$RMSFE_h = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_{t+h} - Y_{t+h})^2}{T}} \quad (10)$$

dok je MAFE za horizont h izračunat na sljedeći način:

¹⁰ Prognoza bezuvjetnim očekivanjem odnosi se na tromjesečne stope sezonski prilagođenog BDP-a zbog toga što su takve prognoze pokazale znatno manje prosječne pogreške od onih prognoziranih godišnjim stopama. U slučaju računanja navedenih *benchmark* prognoza pomoću godišnjih stopa rasta dobivene prosječne srednje kvadratne prognostičke pogreške bile bi za oko 30% veće u odnosu na one izračunate pomoću tromjesečnih stopa. Upravo iz navedenog razloga, a vodeći se kriterijem korištenja najbolje *benchmark* prognoze, korištene su prognoze bezuvjetnim očekivanjem izračunatim iz tromjesečnih stopa rasta. Radi usporedivosti naivnih prognoza s prognozama ostalih modela (koji su procijenjeni na godišnjim stopama rasta) iz navedenih tromjesečnih stopa stvorene su prognozirane razine sezonski neprilagođenog BDP-a, iz kojih su zatim izračunate godišnje stope rasta potrebne za izračun prosječnih prognostičkih pogrešaka.

¹¹ 2013Q3 se odnosi na posljednje tromjesečje u kojem je bilo dostupnog podatka za BDP u trenutku pisanja rada.

$$MAFE_h = \frac{\sum_{t=1}^T |\hat{Y}_{t+h} - Y_{t+h}|}{T} \quad (11)$$

U ovom je konkretnom slučaju $T = 20$, a $h = \{1, 2, 3, 4\}$, što znači da će se za svaki model izračunati po četiri RMSFE-a i MAFE-a koji su dobiveni iz serije od 20 prognostičkih pogrešaka.

Osim navedenih jednostavnih mjera prosječnih prognostičkih pogrešaka potrebno je provesti i statistički test usporedbe prognoza dvaju različitih modela. U tu je svrhu korišten Dieboldov i Marianov test (Diebold i Mariano, 1995.), koji je postao uobičajena mjera usporedbe prognoza u postojećoj literaturi o ekonomskim prognozama.¹² U ovom će se radu navedenim testom usporediti prognoze za svaki model s promjenjivim parametrima s prognozama odgovarajućeg modela s fiksnim parametrima te će se utvrditi razlikuje li se neki TVP model statistički signifikantno od modela s fiksnim parametrima, uz identične specifikacije.

4.1. Podaci

Podaci korišteni za procjenu modela u ovome radu obuhvaćaju razdoblje od prvog tromjesečja 2000. godine do trećeg tromjesečja 2013. godine. Mjeru domaće ekonomske aktivnosti čini realni BDP¹³, odnosno godišnje stope kao njegova stacionarna transformacija. Korištena serija kredita jest *stock* ukupnih kredita na kraju promatranog tromjesečja, a navedena je serija također transformirana u godišnje stope promjene. Prosječna tromjesečna vrijednost burzovnog indeksa CROBEX također je u modele uključena u godišnjim stopama promjene. Preostale dvije endogene varijable korištene u ovome radu jesu CDS (engl. *Credit default swap*) za petogodišnju obveznicu Republike Hrvatske te prosječna kamatna stopa na kredite do jedne godine. Objе navedene serije su stacionarne te se stoga u modele uključuju u razinama. Serije CDS i CROBEX preuzete su s terminala *Bloomberg*, a kamatna stopa i krediti preuzeti su iz baze podataka Hrvatske narodne banke.

Kao usporediva mjera strane ekonomske aktivnosti korištena je godišnja stopa rasta realnog BDP-a Europske unije.¹⁴ Pretpostavke o prognozama godišnje stope rasta europskog BDP-a preuzete su iz publikacije *Consensus Economic Forecast*. Kako bi u svakoj iteraciji rekurzivnog prognoziranja korišteni informacijski skup aproksimirao informacijski skup raspoloživ u stvarnom vremenu, preuzete su prognoze iz navedene publikacije za svaki prvi mjesec u drugom tromjesečju prognostičkog horizonta. Stoga su za prognoziranje hrvatskog BDP-a počevši od prvog, drugog, trećeg odnosno četvrtog tromjesečja svake godine korištene prognoze europskog BDP-a dostupne u izdanjima *Consensus Economic Forecast* za travanj, srpanj, listopad odnosno siječanj. Osnovna svrha takvog pristupa korištenja vanjskih pretpostavki jest da se domaći BDP u svakoj iteraciji prognozira uz najsvježiju dostupnu prognozu stranog BDP-a. Primjerice, za posljednju prognostičku iteraciju procjenjuju se parametri modela na uzorku do 2012Q3, a domaći se BDP prognozira za razdoblje 2012Q4-2013Q3. U tom se slučaju uzima prognoza Europskog BDP-a koja se odnosi na razdoblje isto razdoblje odnosno 2012Q4-2013Q3, a objavljena je u *Consensus Economic Forecast* u siječnju 2013. godine. Upravo je u siječnju 2013. u stvarnom vremenu dostupan domaći BDP do 2012Q3, tj. BDP do posljednjeg tromjesečja uključenog u uzorak za procjenu parametara.

¹² Dieboldov i Marianov test ukratko je objašnjen u Dodatku 2.

¹³ Bruto domaći proizvod, stalne cijene, u cijenama prethodne godine, realne stope rasta prema istom tromjesečju prethodne godine, preuzet je iz priopćenja 12.1.1/3. Državnog zavoda za statistiku.

¹⁴ Podaci za ostvareni BDP Europske Unije usporedivi su s onima za hrvatski BDP, a preuzeti su iz baze podataka Eurostat.

5. Rezultati

U tablicama u nastavku prikazana su dva osnovna pokazatelja prosječnih prognostičkih pogrešaka za sve korištene modele za prognostički horizont od prvog do četvrtog tromjesečja. U prvoj su tablici prikazani rezultati za prvu mjeru, tj. RMSFE, dok su u drugoj prikazani rezultati za MAFE. Svi rezultati u tablicama 1. i 2. prikazani su relativno prema naivnoj *benchmark* prognozi na način da brojevi manji od jedan označuju prosječne pogreške modelske prognoze koje su manje od odgovarajućih prosječnih pogrešaka naivne prognoze.

Rezultati iz prve tablice jasno upućuju na to da su za prognoze TVP modela, od 6×4 relativna RMSFE-a, čak 22 manja od jedan, dok su samo dva broja jednaka ili veća od jedan, što znači da je, korištenjem kvadratne funkcije gubitka, za sve prognostičke horizonte i za gotovo sve TVP modele prognoza preciznija od prognoze bezuvjetnim očekivanjem. S druge strane, za modele s fiksnim parametrima samo je četiri modela imalo RMSFE manji od jedan. Iz međusobne usporedbe prognoza TVP modela i modela s fiksnim parametrima može se zaključiti kako su za sve modele preciznije prognoze za TVP modele. Rezultati iz Tablice 2. dodatno potvrđuju iznesene zaključke. Naime, prema navedenoj tablici u 23 slučaja prosječna apsolutna prognostička pogreška TVP modela manja je od pogreške modela s fiksnim parametrima. Dobiveni su rezultati slični onima za SAD u D'Agostino *et al* (2010.), gdje je prognostička pogreška ekonomske aktivnosti dobivena TVP-BVAR modelom za prvo tromjesečje slična prosječnoj pogrešci naivne prognoze, dok je navedena pogreška za četvrto tromjesečje gotovo 20% manja u usporedbi s naivnom prognozom. Tako je i za slučaj Hrvatske, u tablicama 1. i 2., vidljivo postupno smanjivanje relativnih prognostičkih pogrešaka kako se povećava prognostički horizont. Dodatna sličnost s rezultatima iz navedenog rada je u tome što modeli s promjenjivim parametrima prosječno daju bolje prognoze od jednako specificiranih modela s fiksnim parametrima. Iz rada Mumtaz *et al* (2012.) može se također zaključiti kako su najbolje prognoze ekonomske aktivnosti za Ujedinjeno Kraljevstvo dobivene korištenjem bajesovskih TVP modela. Općenit je zaključak da relativne prognostičke pogreške dobivene u ovom radu ne odstupaju znatno od relativnih prognostičkih pogrešaka dobivenih TVP modelima za ostale zemlje.

Tablica 1. Korijen prosječne srednje kvadratne prognostičke pogreške (RMSFE) relativno prema *benchmark* modelu

Horizont	1	2	3	4
Modeli:				
TVP-reg	1,22	0,98	0,92	0,85
TVP-BVAR2	0,99	1,00	0,95	0,89
TVP-BVAR3	0,92	0,95	0,94	0,87
TVP-BVAR4cnds	0,99	0,99	0,97	0,89
TVP-BVAR4cbex	0,94	0,95	0,91	0,85
TVP-BVAR4kam	0,93	0,96	0,94	0,87
Fiks-reg	1,25	1,27	1,20	1,06
Fiks-VAR2	1,29	1,39	1,38	1,30
Fiks-VAR3	1,10	1,01	1,01	1,01
Fiks-VAR4cnds	1,07	1,02	0,97	0,90
Fiks-VAR4cbex	1,01	1,03	1,00	0,93
Fiks-VAR4kam	1,09	1,05	1,00	0,91
TVP	0,85	0,89	0,88	0,84
Fiks	0,89	0,97	0,95	0,88
Ukupno	0,79	0,90	0,89	0,86

Napomene: Prefiks TVP označuje modele s promjenjivim parametrima, a Fiks modele s fiksnim parametrima. Reg označuje regresiju, VAR2 označuje VAR s dvije endogene varijable, VAR3 model s dvije endogene i jednom egzogenom varijablom, dok modeli označeni s VAR4 predstavljaju VAR s po tri endogene i jednom egzogenom varijablom, a dodatak cnds, cbex i kam jesu CDS, CROBEX odnosno kamata, tj. varijabla koja se razlikuje za pojedini VAR4 model. Povlaka ispod naziva varijable označuje uprosječene prognoze.

Izvor: izračun autora

Tablica 2. Prosječna apsolutna prognostička pogreška (MAFE) relativno prema *benchmark* modelu

Horizont	1	2	3	4
Modeli:				
TVP-reg	1,19	1,04	1,05	0,95
TVP-BVAR2	1,01	0,98	0,93	0,92
TVP-BVAR3	0,93	0,83	0,89	0,94
TVP-BVAR4cnds	1,07	0,89	0,91	0,96
TVP-BVAR4cbex	0,95	0,83	0,91	0,94
TVP-BVAR4kam	0,97	0,83	0,89	0,95
Fiks-reg	1,25	1,28	1,33	1,20
Fiks-VAR2	1,19	1,36	1,52	1,47
Fiks-VAR3	1,04	0,92	0,99	1,08
Fiks-VAR4cnds	1,10	0,93	0,96	0,95
Fiks-VAR4cbex	0,97	0,95	0,98	0,99
Fiks-VAR4kam	1,04	0,96	1,03	1,06
<u>TVP</u>	0,90	0,77	0,81	0,86
<u>Fiks</u>	0,91	0,79	0,81	0,86
<u>Ukupno</u>	0,84	0,77	0,77	0,82

Napomene: Prefiks TVP označuje modele s promjenjivim parametrima, a Fiks modele s fiksnim parametrima. Reg označuje regresiju, VAR2 označuje VAR s dvije endogene varijable, VAR3 model s dvije endogene i jednom egzogenom varijablom, dok modeli označeni s VAR4 jesu VAR s po tri endogene i jednom egzogenom varijablom, a dodatak cnds, cbex i kam jesu CDS, CROBEX odnosno kamata, tj. varijabla koja se razlikuje za pojedini VAR4 model. Povlaka ispod naziva varijable označuje uprosječene prognoze.

Izvor: izračun autora

Rezultati pojedinačnih modela upućuju na to da najmanje prognostičke pogreške daje TVP-BVAR model koji uključuje BDP, kredite i strani BDP (*TVP-BVAR3*), kao i TVP-BVAR model koji uključuje BDP, kredite, CROBEX i strani BDP (*TVP-BVAR4cbex*). Navedeni rezultati opravdavaju uvođenje burzovnog indeksa CROBEX kao relevantne visokofrekventne mjere predviđanja realnih ekonomskih kretanja, što potvrđuje i objašnjenje dano u Barro (1990). S druge strane, najveće prognostičke pogreške u klasi VAR modela s promjenjivim parametrima daje TVP-BVAR model koji uključuje BDP, kredite, strani BDP i CDS (*TVP-BVAR4cnds*). Rezultati vezani uz modele s CDS premijom ne iznenađuju iz razloga što je CDS premija u većem dijelu uzorka imala vrlo malu varijancu uz samo blagu korelaciju s BDP-om. Tržište državnih vrijednosnih papira i relevantnost navedenih CDS-ova za objašnjavanje ekonomskih kretanja dobiva na važnosti tek s nastupanjem tzv. fiskalne krize 2011. godine¹⁵, a veći dio ovdje analiziranog uzorka odnosi se na razdoblje prije 2011. godine. No može se očekivati da bi u budućnosti, zbog prekomjernog rasta javnog duga i s tim povezanim pritiskom na daljnju promjenu fiskalne politike, mogla jačati važnost premije za rizik države pri objašnjavanju kretanja BDP-a. Osim *TVP-BVAR4cnds* modela, regresije (*Fiks-reg* i *TVP-reg*) također daju malo veće prognostičke pogreške. Sličan rezultat dobiven je u D'Agostino *et al* (2010.), gdje VAR modeli s promjenjivim parametrima daju preciznije prognoze od jednostavnijih regresija i ARIMA modela s promjenjivim parametrima.

U uvodnom dijelu rada naglašeno je kako je jedan od glavnih doprinosa ovog rada modeliranje male otvorene ekonomije primjenom TVP modela, pa je potrebno usporediti rezultate za *TVP-BVAR2* i *TVP-BVAR3* modele, i to stoga što je riječ o dva modela koji se razlikuju isključivo po jednoj varijabli odnosno stranom BDP-u. Rezultati upućuju na to da je za sve prognostičke horizonte prosječna prognostička pogreška manja za prognoze *TVP-BVAR3* modelom, što potvrđuje modeliranje Hrvatske kao male otvorene ekonomije u svrhu prognoziranja BDP-a.

Dosad su komentirani rezultati za pojedinačne modele, a u nastavku slijedi kratak osvrt na rezultate za uprosječene prognoze. Navedeni su rezultati prikazani u donjim dijelovima obje tablice na način da su prvo prikazane prosječne prognostičke pogreške za modele s promjenjivim parametrima, zatim za modele s fiksnim

15 Detaljnije o CDS premijama i prinosima na državne obveznice vidjeti u Kunovac (2013.).

parametrima te na dnu tablice za sve korištene modele. Osnovni zaključak koji proizlazi iz navedenih pokazatelja glasi: prosječne pogreške ostvarene korištenjem prosjeka prognoza različitih modela znatno su niže od onih ostvarenih pojedinačnim modelima. Rezultati dodatno upućuju na to da je razlika između modela s fiksnim parametrima i modela s promjenjivim parametrima manja ako se uzimaju u obzir navedene prosječne prognoze, no i dalje vrijedi da su prognoze za modele s promjenjivim parametrima malo preciznije. Za drugi i treći horizont prosječna pogreška za TVP modele najmanja je, dok je za ostale horizonte najmanja pogreška za prognozu prosjeka svih modela, ako se promatraju rezultati za RMSFE. U slučaju MAFE-a rezultati potvrđuju prognozu ukupnim prosjekom kao najbolju među korištenim prognozama. Navedeni rezultati o prednosti uprosječivanja potvrđuju i neka slična istraživanja poput Hendry i Clements (2001.).

Tablica 3. Rezultati Dieboldova i Marianova testa za usporedbu modela s promjenjivim parametrima i modela s fiksnim parametrima

Horizont	1	2	3	4
Modeli:				
Reg	-0,19	-1,46	-2,16**	-1,89*
VAR2	-1,33	-1,91*	-1,5	-1,41
VAR3	-0,76	-0,53	-1,14	-1,51
VAR4cda	-0,75	-0,63	-0,59	-1,11
VAR4eq	-0,73	-0,88	-1,05	-1,1
VAR4kam	-1,51	-1,26	-2,37**	-2,51**
Prosjek	-0,35	-0,72	-0,89	-1,07

Napomene: Zvijezdice ** i * označuju razliku dvaju modela za razinu signifikantnosti od 5% odnosno 10%. Predznak test-statistike je negativan ako su prognostičke pogreške analiziranog modela s promjenjivim parametrima manje od prognostičkih pogrešaka odgovarajućeg modela s fiksnim parametrima.

Izvor: izračun autora

Osim usporedbe modela korištenjem RMSFE-a i MAFE-a proveden je i Dieboldov i Marianov statistički test, kojim je testirano razlikuje li se niz prognostičkih pogrešaka TVP modela statistički signifikantno od niza prognostičkih pogrešaka modela s fiksnim parametrima. Navedeni je test proveden za sve pojedinačne modele, kao i za prosjek modela, a rezultati u obliku test-statistika dani su u Tablici 3. Rezultati upućuju na to da u 5 od 28 provedenih testova TVP modeli, uz razinu signifikantnosti od 10%, manje griješe od modela s fiksnim parametrima. Dodatno je vidljivo kako sve vrijednosti za prikazane statistike imaju negativan predznak te se velik broj test-statistika nalazi u rasponu od -1,5 do -1, što znači da je, korištenjem standardnih 10%, velik broj testova samo marginalno nesignifikantan. Primjerice, korištenjem granice od 20%, serija prognostičkih pogrešaka za TVP modele statistički je signifikantno manja od pogrešaka modela s fiksnim parametrima za 11 od 28 provedenih Dieboldovih i Marianovih testova. Ako se uzima granica od jedne standardne devijacije, čak 17 testova signifikantno potvrđuje relativno manje pogreške TVP modela.

Unatoč tome što svi navedeni rezultati jasno upućuju na to da su prognoze za TVP modele preciznije od prognoza modela s fiksnim parametrima, potrebno je upozoriti na potencijalno ograničenje vezano uz dužinu korištenih vremenskih serija. Naime, zbog prekratkog uzorka u ovome je radu provedeno relativno malo prognostičkih iteracija (20 iteracija), a poznato je kako je snaga korištenoga statističkog testa slaba na malim uzorcima (Harvey, 1997.). No, u ovom je trenutku dvadeset prognostičkih iteracija maksimalan mogući broj s obzirom na sva ograničenja objašnjena u prethodnim poglavljima rada.

6. Zaključak

Osnovni cilj ovog rada bio je ispitati jesu li kratkoročne prognoze hrvatskog BDP-a preciznije ako se strukturne promjene eksplicitno modeliraju promjenjivim parametrima. Upravo se modeli s promjenjivim parametrima nameću kao logičan izbor za prognoziranje hrvatskih ekonomskih pokazatelja zato što je recentna ekonomska kriza dovela do znatnih promjena u hrvatskoj ekonomiji. Iz tog je razloga u ovome radu predloženo nekoliko bajesovskih modela s promjenjivim parametrima, čije su prognoze uspoređene s onima jednako specificiranih modela s fiksnim parametrima te s naivnom *benchmark* prognozom. Kako bi se u obzir uzele specifičnosti male otvorene ekonomije, u navedene su modele, osim domaćih varijabli, uključene i egzogene pretpostavke o kretanju europskog BDP-a. Rezultati su evaluirani na uobičajeni način usporedbom prognostičkih pogrešaka dobivenih iterativnim prognoziranjem na pomičnom uzorku. Navedene pogreške dobivene su evaluacijom dvadeset iteracija na prognostičkom horizontu od četiri tromjesečja. Prognoze su uspoređene jednostavnim deskriptivnim metodama odnosno izračunom standardnih pokazatelja prosječnih prognostičkih pogrešaka, a proveden je i Dieboldov i Marianov statistički test.

Iz dobivenih rezultata mogu se izvesti tri osnovna zaključka. Prvo, rezultati upućuju na to da su prognostičke pogreške modela s promjenjivim parametrima manje od prognostičkih pogrešaka jednako specificiranih modela s fiksnim parametrima. Za nekoliko modela navedene su razlike u prognostičkim pogreškama i statistički signifikantno potvrđene Dieboldovim i Marianovim testom. Upravo navedeni rezultat potvrđuje relativnu prednost korištenja modela s promjenjivim parametrima u svrhu prognoziranja hrvatskog BDP-a.

Drugo, rezultati dobiveni u ovome radu upućuju na to da su prognoze dobivene uprosječivanjem svih korištenih modela bolje od prognoza pojedinačnih modela.

Treće, BDP je varijabla koju je općenito vrlo teško prognozirati u kratkome roku, čak i ako se primjenjuju napredni ekonometrijski modeli. Naime, prognostičke pogreške dobivene modelima s promjenjivim parametrima manje su od pogrešaka naivnih modela za samo oko 10%, dok su s druge strane prognostičke pogreške za većinu modela s fiksnim parametrima čak i veće od naivnih prognoza. Takvi rezultati zajedno s rezultatima nekih ranijih analiza za SAD, Ujedinjeno Kraljevstvo i EU pokazuju da je korištenjem sofisticiranih ateoretskih ekonometrijskih modela vrlo teško “pobijediti” najjednostavnije naivne prognoze te da su razlike u prognozama takvih modela u odnosu na naivne prognoze vrlo male. Upravo zbog tog razloga ekonomiste čeka veliki posao razvoja različitih modela, prije svega strukturnih ekonomskih, koji bi omogućili znatnije poboljšanje prognoza BDP-a.

7. Literatura

- Barro, R. J. (1990.): The Stock Market and Investment, *Review of Financial Studies*, Society for Financial Studies, vol. 3 (1)
- Blake, A., Mumtaz, H. (2012.): *Technical Handbook -No.4. Applied Bayesian econometrics for central bankers*, Centre for central bank studies, Bank of England
- Bokan, N., Ravnik, R. (2012.): *Procjena potencijalnog outputa u Republici Hrvatskoj primjenom multivarijantnog filtra*, Hrvatska narodna banka, Istraživanja, I-38, svibanj
- Canova, F. (2002.): G-7 Inflation forecasts, *Working Paper Series 0151*, Europska središnja banka
- Carter, C. K., Kohn, R. (1994.): On Gibbs sampling for state space models *Biometrika*, br. 81 (3).
- Casella, G., George, E. I. (1992.): Explaining the Gibbs Sampler, *The American Statistician*, br. 46 (3).
- Cogley, T., Sargent, T. J. (2002.): Evolving Post-World War II U.S. Inflation Dynamics, *NBER Macroeconomics*, Annual 2001, Vol 16, NBER Chapters, National Bureau of Economic Research
- D'Agostino, A., Gambetti, L., Giannone, D. (2010.): Macroeconomic Forecasting and Structural Change, *Working Paper Series 1167*, Europska središnja banka
- Diebold, F. X., Mariano, R. S. (1995.): Comparing predictive accuracy, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol 13, No 3.
- Eickmeier, S., Lemke, W., Marcellinon, M. (2011.): Classical time-varying FAVAR models – Estimation, forecasting and structural analysis *CEPR Discussion Paper*, 8321
- Fisher, S., Merton, R., C. (1984.): Macroeconomics and Finance: The Role of the Stock Market, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 21.
- Goldfeld, S. M., Qandt, R. E. (1973.): The Estimation of Structural Shifts by Switching Regressions, *Journal of Econometrics* 1
- Guo, H. (2002.): Why are stock market returns correlated with future economic activities? *Review*, Federal Reserve Bank of St. Louis, ožujak
- Hamilton, J. D. (1989.): A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Serie and the Business Cycle, *Econometrica*, 57
- Hamilton, J. D. (1994.): *Time series analysis*, Princeton University Press
- Harvey, D. (1997.): *The Evaluation of Economic Forecasts*, PhD Thesys, University of Nottingham
- Hendry, D., Clements, M. P. (2001.): Pooling of Forecasts *Economics Papers*, 2002-W9, Economics Group, Nuffield College, University of Oxford

- Karlson, S. (2012.): Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions, Orebro University School of Business, *Working Paper*, 12.
- Kim, C. J., Nelson, C. R. (1998.): A Bayesian Approach to Testing for Markov Switching in Univariate and Dynamic Factor Models, *Working Papers*, 0059, University of Washington, Department of Economics
- Kim, C. J., Nelson, C. R. (1999.): State-space models with regime switching, MIT Press, Cambridge
- Krznar, I., Čeh, A., Dumičić, M. (2011.): *Model neravnoteže na tržištu kredita i razdoblje kreditnog loma*, Hrvatska narodna banka, Istraživanja, I-30, siječanj
- Krznar, I., Kunovac, D. (2010.): *Utjecaj vanjskih šokova na domaću inflaciju i BDP*, Hrvatska narodna banka, Istraživanja, I-28, studeni
- Kunovac, D. (2011.): *Asymmetric correlations on the Croatian equity market*, Financial Theory and Practice, Vol. 35, N. 1
- Kunovac, D. (2012.): *Procjena matrica kreditnih migracija pomoću agregatnih podataka – bajesovski pristup*, Hrvatska narodna banka, Istraživanja, I-37, ožujak
- Kunovac, D. (2013.): *Trošak zaduživanja odabranih zemalja Europske unije i Hrvatske – uloga prelijevanja vanjskih šokova*, Hrvatska narodna banka, Istraživanja, I-41, travanj
- Kunovac, D., Špalat, B. (2014.): *Brza procjena BDP-a upotrebom dostupnih mjesečnih indikatora*, Hrvatska narodna banka, Istraživanja, I-42, lipanj
- Marcellino, M., Ferrara, L., Mogliani, M. (2012.): *Macroeconomic forecasting during the Great Recession: The return of non-linearity?* Banque de France Working Papers, 383.
- Marcellino, M., Schumacher, C. (2007.): Factor-MIDAS for now- and forecasting with ragged-edge data: a model comparison for German GDP, *Discussion Paper Series 1: Economic Studies* 2007, 34, Deutsche Bundesbank
- Mumtaz, H., Barnett, A., Theodoridis, K. (2012.): Forecasting UK GDP growth, inflation and interest rates under structural change: a comparison of models with time-varying parameters, *Working Paper*, 450, Bank of England
- Newey, W. K., West, K. D. (1987.): A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, *Econometrica*, 55 (3)
- Reichlin, L., Giannone, D., Small, D. (2008.): Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic data, *Journal of Monetary Economics*, No 55
- Robert, C. P., Casella, G. (2004.): *Monte Carlo Statistical Methods*, Springer-Verlag, New York
- Sbordone, A. M., Cogley, T. (2008.): Trend Inflation and Inflation persistence in the New Keynesian Phillips Curve, *American Economic Review*, Vol 98 (5)

8. Dodatak 1. Carterov i Kohnov algoritam

U nastavku je opisan Carterov i Kohnov algoritam za VAR model s promjenjivim parametrima, dok je on na ekvivalentan način primjenjiv i na jednostavniji slučaj regresije s promjenjivim parametrima.¹⁶

Prvi korak za svako ponavljanje obuhvaća sve osnovne korake Kalmanova filtra potrebne za procjenu i izgladivanje neopaženih varijabli u modelu prostora stanja, dok drugi korak obuhvaća isključivo simuliranje numeričkih vrijednosti iz uvjetnih distribucija za \mathbf{R} i \mathbf{Q} . Naime, uzimajući u obzir pretpostavku o nezavisnosti u_t i v_t , jednadžbe mjerenja i stanja jasno upućuju na to da se, uvjetno na vrijednosti za $\tilde{\beta}_T^{(m)}$, sustav pretvara u skup od dvije vrste regresijskih jednadžbi: VAR jednadžbe za Y_t i jednadžba slučajnog hoda za β_t . U tom je slučaju uvjetna *a posteriori* distribucija za hiperparametre u matrici \mathbf{R} inverzna Wishartova distribucija, $p(\mathbf{R} | \tilde{\beta}_T, \tilde{\mathbf{Y}}_T) \sim IW(\bar{\mathbf{R}}, \bar{\mathbf{s}})$, s $T + \underline{s}$ stupnjeva slobode i sljedećim parametrom skaliranja¹⁷:

$$\bar{\mathbf{R}} = (Y_t - (c_t^{(m)} + \mathbf{B}_t^{(m)} Y_{t-1} + D_t^{(m)} x_t))' (Y_t - (c_t^{(m)} + \mathbf{B}_t^{(m)} Y_{t-1} + D_t^{(m)} x_t)) + \mathbf{R} \quad (12)$$

Uvjetna *a posteriori* distribucija za \mathbf{Q} tako je inverzna Wishartova, $p(\mathbf{Q} | \tilde{\beta}_T, \tilde{\mathbf{Y}}_T) \sim IW(\bar{\mathbf{Q}}, \bar{\mathbf{T}})$ s parametrom skaliranja

$$\bar{\mathbf{Q}} = (\tilde{\beta}_T^m - \tilde{\beta}_{T-1}^m)' (\tilde{\beta}_T^m - \tilde{\beta}_{T-1}^m) + \mathbf{Q}. \quad (13)$$

Kao što je već rečeno, za prvi korak Gibbsova *sampler* odnosno za simuliranje iz zajedničke uvjetne *a posteriori* distribucije za neopažene varijable primjenjivat će se Kalmanov filter. Uvjetnu *a posteriori* distribuciju za navedene neopažene varijable moguće je zapisati na sljedeći način:

$$p(\tilde{\beta}_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, \tilde{x}_T) = p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, \tilde{x}_T) \times p(\tilde{\beta}_{T-1} | \beta_T, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, x_t) \quad (14)$$

odnosno, rekursivnim rješavanjem, na sljedeći način:

$$p(\tilde{\beta}_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, \tilde{x}_T) = p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, \tilde{x}_T) \prod_{t=1}^{T-1} p(\beta_t | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_t, \beta_{t+1}, x_t) \quad (15)$$

Oba člana gore zapisane zajedničke uvjetne *a posteriori* distribucije normalno su distribuirani:

$$p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, \tilde{x}_T) \sim N(\bar{\beta}_{T|T}, \bar{\mathbf{P}}_{T|T}), \quad (16)$$

$$p(\beta_t | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_t, \beta_{t+1}, \tilde{x}_t) \sim N(\bar{\beta}_{t|t, \beta_{t+1}}, \bar{\mathbf{P}}_{t|t, \beta_{t+1}}), \quad (17)$$

te su stoga parametri očekivanja i varijance navedene uvjetne distribucije, $\bar{\beta}_{T|T}$, $\bar{\beta}_{t|t, \beta_{t+1}}$, $\bar{\mathbf{P}}_{T|T}$ i $\bar{\mathbf{P}}_{t|t, \beta_{t+1}}$ parametri koje je potrebno procijeniti Kalmanovim filtrom. Za procjenu navedenih parametara potrebne su numeričke vrijednosti za \mathbf{F} , \mathbf{R} , \mathbf{Q} , kao i opaženi podaci. U tu će se svrhu unutar Gibbsova *sampler* za svako m -to ponavljanje rabiti numeričke vrijednosti za hiperparametre iz ponavljanja $m-1$ te opaženi podaci $\tilde{\mathbf{Y}}_T$ i \tilde{x}_T . Kako bi se za funkciju gustoće prve distribucije, tj. za $p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_T, \tilde{x}_T)$ procijenili parametri očekivanja i varijance, $\bar{\beta}_{T|T}$ i $\bar{\mathbf{P}}_{T|T}$, rekursivno će se evaluirati sljedeći skup Kalmanovih jednadžbi počevši od $\beta_{0|0}$ i $\mathbf{P}_{0|0}$ do konačnih $\beta_{T|T}$ i $\mathbf{P}_{T|T}$:¹⁸

16 Objašnjenje u nastavku prate opisi Carterova i Kohnova algoritma iz Kim i Nelson (1999., str. 189. – 208.), Karlson (2012., str. 51. – 55.) te Blake i Mumtaz (2012., str. 77. – 89.).

17 U ovom će se radu parametri svih *a posteriori* distribucija označavati s povlakom iznad slova.

18 U nastavku će se s X_t označavati 1×5 matrica, u kojoj su na prva tri mjesta elementi vektora endogenih varijabli Y_t , na četvrtom egzogena varijabla, dok je peti element jednak jedan. Matrica X_t predstavlja matricu dimenzija $N \times (N \times (N \times 2))$ dobivena kao Kroneckerov produkt od \mathbf{I} i X_t , $X_t = \mathbf{I} \otimes X_t$, gdje \mathbf{I} predstavlja jediničnu matricu dimenzije $N \times N$.

$$\beta_{t|t-1} = \mathbf{F}\beta_{t-1|t-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_{t|t-1} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{t-1|t-1}\mathbf{F}' + \mathbf{Q} \quad (19)$$

$$\eta_{t|t-1} = Y_t - \mathbf{X}_t\beta_{t|t-1} \quad (20)$$

$$\mathbf{f}_{t|t-1} = \mathbf{X}_t\mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{X}_t' + \mathbf{R} \quad (21)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{X}_t'\mathbf{f}_{t|t-1}^{-1} \quad (22)$$

$$\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + \mathbf{K}\eta_{t|t-1} \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{t|t} = \mathbf{P}_{t|t-1} - \mathbf{K}\mathbf{X}_t\mathbf{P}_{t|t-1} \quad (24)$$

Prva od navedenih jednadžbi predstavlja linearnu projekciju vektora neopaženih varijabli β za trenutak t primjenom informacija o vektoru β za $t-1$, uz poznate vrijednosti za \mathbf{F} . Na isti će se način projicirati varijance neopaženih varijabli, \mathbf{P}_t , uz poznate vrijednosti za parametre \mathbf{F} i \mathbf{Q} . Navedene dvije jednadžbe služe za jednostavno projiciranje neopaženih varijabli i odgovarajućih varijanci primjenom isključivo informacija sadržanih u hiperparametrima \mathbf{F} i \mathbf{Q} , a koji su poznati iz prethodnoga koraka Gibbsova *sampler*a. Opaženi podaci ulaze u Kalmanovu rekurziju tek u trećem koraku, u kojem su procijenjene projekcijske pogreške za trenutak t , $\eta_{t|t-1}$. Spomenute pogreške dobivene su kao razlika opaženih endogenih varijabli, Y_t i *fit*-a jednadžbe mjerenja, primjenom neopaženih varijabli, $\beta_{t|t-1}$, projiciranih u prvom koraku Kalmanove rekurzije. U četvrtom koraku izračunata je varijanca navedene pogreške, $\mathbf{f}_{t|t-1}$, primjenom poznatih numeričkih vrijednosti za matricu hiperparametara \mathbf{R} . Nakon toga je izračunat *Kalman gain*, \mathbf{K} , koji je korišten u posljednje dvije jednadžbe. Navedene dvije jednadžbe nazivaju se jednadžbama ažuriranja, iz razloga što se β_t i \mathbf{P}_t ažuriraju na temelju novih informacija dostupnih u trenutku t . Nove informacije u ovom su slučaju sadržane u ranije izračunatim pogreškama, $\eta_{t|t-1}$, odnosno varijanci, $\mathbf{P}_{t|t-1}$, a pomnožene su matricom \mathbf{K} .¹⁹

Prethodno opisanom Kalmanovom rekurzijom procijenjene su vrijednosti za parametre $\tilde{\beta}_{T|T}$ i $\tilde{\mathbf{P}}_{T|T}$ te će se simulirati numeričke vrijednosti za $\tilde{\beta}_T$ iz uvjetne distribucije $p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{Y}_T, \tilde{X}_T) \sim N(\tilde{\beta}_{T|T}, \tilde{\mathbf{P}}_{T|T})$. Navedenim vrijednostima koristit će se u procesu koji je opisan u nastavku, a potreban je za procjenu parametara očekivanja i varijance za $p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{Y}_t, \beta_{t+1}, X_t) \sim N(\tilde{\beta}_{t|t, \beta_{t+1}}, \tilde{\mathbf{P}}_{t|t, \beta_{t+1}})$. U tu će se svrhu rekurzivno evaluirati sljedeći skup jednadžbi:

$$\eta_{t+1|t}^* = \beta_{t+1} - \mathbf{F}\beta_{t|t} \quad (25)$$

$$\mathbf{f}_{t+1|t}^* = \mathbf{F}\mathbf{P}_{t|t}\mathbf{F}' + \mathbf{Q} \quad (26)$$

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{P}_{t|t}\mathbf{F}'\mathbf{f}_{t+1|t}^{*-1} \quad (27)$$

$$\beta_{t|t, \beta_{t+1}} = \beta_{t|t} + \mathbf{K}^*(\beta_{t+1} - \mathbf{F}\beta_{t|t}) \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{t|t, \beta_{t+1}} = \mathbf{P}_{t|t} - \mathbf{K}\mathbf{F}\mathbf{P}_{t|t} \quad (29)$$

U ovom slučaju rekurzija počinje u trenutku $t=T$, te se nastavlja unazad do $t=1$. Prvim dvjema jednadžbama računaju se projekcijske pogreške, η^* , i odgovarajuće varijance, \mathbf{f}^* , za trenutak $t+1$ korištenjem informacija do trenutka t . Potrebno je naglasiti kako se $\eta_{t+1|t}^*$ i $\mathbf{f}_{t+1|t}^*$ računaju za vektor neopaženih varijabli, za razliku

19 Detaljan izvod i objašnjenje jednadžbi ažuriranja u Kalmanovu flitru dani su u Hamilton (1994.).

od ranije rekurzije u kojoj se $\eta_{t|t-1}$ i $\mathbf{f}_{t|t-1}$ računaju za opažene endogene varijable. Nakon što je izračunat *Kalman gain*, \mathbf{K}^* , ponovo se ažuriraju vektor neopaženih varijabli i odgovarajuća varijanca za trenutak t primjenom prethodno spomenutih pokazatelja za trenutak $t + 1$. Za tako procijenjene vrijednosti za $\tilde{\beta}_{t|\beta_{t+1}}$ i $\tilde{\mathbf{P}}_{t|\beta_{t+1}}$ simulirat će se numeričke vrijednosti iz normalne distribucije $p(\beta_T | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{F}, \tilde{\mathbf{Y}}_t, \beta_{t+1}, X_t)$, te se navedeni proces nastavlja za svaki trenutak t sve do $t = 1$.

Opisane rekurzije evaluiraju se za prvi korak pri svakom ponavljanju Gibbsova *sampler*a te će se naposljetku nakon M ponavljanja za svaki promjenjivi parametar u matrici $\tilde{\beta}_T$ kao i za svaki od hiperparametara u matricama \mathbf{R} i \mathbf{Q} numerički aproksimirati konačne *a posteriori* distribucije korištenjem numeričkih vrijednosti dobivenih u posljednjih $M - K$ ponavljanja. No cilj ovog rada nije procjena parametara, već prognoziranje. Stoga će se jednadžbom mjerenja u svakom ponavljanju Gibbsova *sampler*a za buduća razdoblja $T + 1, \dots, T + H$ prognozirati endogene varijable. U skladu s postojećom literaturom pretpostavit će se da je za svako ponavljanje Gibbsova *sampler*a vrijednost promjenjivih parametara u prognostičkom horizontu jednaka vrijednostima iz trenutka T .²⁰ Za TVP-BVAR modela s egzogenom varijablom za svako m -to ponavljanje i za svaki h -ti horizont vrijedi sljedeća prognoza:

$$\tilde{Y}_{T+h}^{(m)} = c_T^{(m)} + \mathbf{B}_T^{(m)} \tilde{Y}_{T+h-1} + D_T^{(m)} x_{T+h} + u_{T+h}^{(m)} \quad (30)$$

Simulirani niz od $M - K$ prognoza za endogene varijable aproksimirat će traženu *a posteriori* distribuciju za \tilde{Y}_{T+h} . Konačna središnja prognoza za \tilde{Y}_{T+h} izračunata je kao prosjek svih $M - K$ ponavljanja.

9. Dodatak 2. Dieboldov i Marianov test

Dieboldovim i Marianovim testom uspoređuju se dvije serije prognostičkih pogrešaka za određeni horizont h . Navedene pogreške za svaki horizont h za model 1 odnosno model 2 možemo označiti s $\varepsilon_{t+h|t}^1$ odnosno $\varepsilon_{t+h|t}^2$. Funkcije gubitka (engl. *loss function*) za takve pogreške u ovome su radu kvadratne i označene su na sljedeći način: $L(\varepsilon_{t+h|t}^i) = (\varepsilon_{t+h|t}^i)^2$, za $i = 1, 2$. Testiranjem sljedećih hipoteza provjerit će se razlikuje li se prognoza dobivena modelom 1 signifikantno od one dobivene modelom 2:

$$H_0: E[L(\varepsilon_{t+h|t}^1)] = E[L(\varepsilon_{t+h|t}^2)] \quad (31)$$

$$H_1: E[L(\varepsilon_{t+h|t}^1)] \neq E[L(\varepsilon_{t+h|t}^2)] \quad (32)$$

Ako razliku između pogreške modela 1 i pogreške modela 2 za horizont h zapišemo kao $d_{t,h} = L(\varepsilon_{t+h|t}^1) - L(\varepsilon_{t+h|t}^2)$, Dieboldova i Marianova test-statistika jednaka je sljedećem izrazu:

$$S_h = \frac{\bar{d}_h}{\sqrt{\hat{V}(\bar{d}_h)/T}} \rightarrow N(0, 1) \text{ uz } H_0 \quad (33)$$

gdje je $\hat{V}(\bar{d}_h)$ robusan procjenitelj varijance razlike pogrešaka Neweyja i Westa (Newey i West, 1987.), a \bar{d}_h je prosjek razlika pogrešaka za iteracije od 1 do T za horizont h , tj. $\bar{d}_h = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T d_{t,h}$. U ovom je slučaju važno koristiti se robusnom varijancom zato što postoji mogućnost autokoreliranosti i heteroskedastičnosti prognostičkih pogrešaka za horizonte $h > 1$ (Harvey, 1997.).

20 U Sbordone i Cogley (2008.) objašnjeni su razlozi za takvu pretpostavku.

Do sada objavljena Istraživanja

Broj	Datum	Naslov	Autor(i)
I-1	studen 1999.	Je li neslužbeno gospodarstvo izvor korupcije?	Michael Faulend i Vedran Šošić
I-2	ožujak 2000.	Visoka razina cijena u Hrvatskoj – neki uzroci i posljedice	Danijel Nestić
I-3	svibanj 2000.	Statističko evidentiranje pozicije putovanja – turizam u platnoj bilanci Republike Hrvatske	Davor Galinec
I-4	lipanj 2000.	Hrvatska u drugoj fazi tranzicije 1994. – 1999.	Velimir Šonje i Boris Vujčić
I-5	lipanj 2000.	Mjerenje sličnosti gospodarskih kretanja u Srednjoj Europi: povezanost poslovnih ciklusa Njemačke, Mađarske, Češke i Hrvatske	Velimir Šonje i Igeta Vrbanc
I-6	rujan 2000.	Tečaj i proizvodnja nakon velike ekonomske krize i tijekom tranzicijskog razdoblja u Srednjoj Europi	Velimir Šonje
I-7	rujan 2000.	OLS model fizičkih pokazatelja inozemnoga turističkog prometa na hrvatskom tržištu	Tihomir Stučka
I-8	prosinac 2000.	Je li Srednja Europa optimalno valutno područje?	Alen Belullo, Velimir Šonje i Igeta Vrbanc
I-9	svibanj 2001.	Nelikvidnost: razotkrivanje tajne	Velimir Šonje, Michael Faulend i Vedran Šošić
I-10	rujan 2001.	Analiza pristupa Republike Hrvatske Svjetskoj trgovinskoj organizaciji upotrebom računalnog modela opće ravnoteže	Jasminka Šohinger, Davor Galinec i Glenn W. Harrison
I-11	travanj 2002.	Usporedba dvaju ekonometrijskih modela (OLS i SUR) za prognoziranje dolazaka turista u Hrvatsku	Tihomir Stučka
I-12	veljača 2003.	Strane banke u Hrvatskoj: iz druge perspektive	Evan Kraft
I-13	veljača 2004.	Valutna kriza: teorija i praksa s primjenom na Hrvatsku	Ivo Krznar
I-14	lipanj 2004.	Privatizacija, ulazak stranih banaka i efikasnost banaka u Hrvatskoj: analiza stohastičke granice fleksibilne Fourierove funkcije troška	Evan Kraft, Richard Hofler i James Payne
I-15	rujan 2004.	Konvergencija razina cijena: Hrvatska, tranzicijske zemlje i EU	Danijel Nestić
I-16	rujan 2004.	Novi kompozitni indikatori za hrvatsko gospodarstvo: prilog razvoju domaćeg sustava cikličkih indikatora	Saša Cerovac
I-17	siječanj 2006.	Anketa pouzdanja potrošača u Hrvatskoj	Maja Bukovšak
I-18	listopad 2006.	Kratkoročno prognoziranje inflacije u Hrvatskoj korištenjem sezonskih ARIMA procesa	Andreja Pufnik i Davor Kunovac
I-19	svibanj 2007.	Kolika je konkurencija u hrvatskom bankarskom sektoru?	Evan Kraft
I-20	lipanj 2008.	Primjena hedonističke metode za izračunavanje indeksa cijena nekretnina u Hrvatskoj	Davor Kunovac, Enes Đozović, Gorana Lukinić, Andreja Pufnik
I-21	srpanj 2008.	Modeliranje gotovog novca izvan banaka u Hrvatskoj	Maroje Lang, Davor Kunovac, Silvio Basač, Željka Štaudinger
I-22	listopad 2008.	Međunarodni poslovni ciklusi u uvjetima nesavršenosti na tržištu dobara i faktora proizvodnje	Ivo Krznar
I-23	siječanj 2009.	Rizik bankovne zaraze u Hrvatskoj	Marko Krznar
I-24	kolovoz 2009.	Optimalne međunarodne pričuve HNB-a s endogenom vjerojatnošću krize	Ana Maria Čeh i Ivo Krznar
I-25	veljača 2010.	Utjecaj financijske krize i reakcija monetarne politike u Hrvatskoj	Nikola Bokan, Lovorka Grgurić, Ivo Krznar, Maroje Lang
I-26	veljača 2010.	Prijeliv kapitala i učinkovitost sterilizacije – ocjena koeficijenta sterilizacije i ofset koeficijenta	Igor Ljubaj, Ana Martinis, Marko Mrkalj
I-27	travanj 2010.	Postojanost navika i međunarodne korelacije	Alexandre Dmitriev i Ivo Krznar
I-28	studen 2010.	Utjecaj vanjskih šokova na domaću inflaciju i BDP	Ivo Krznar i Davor Kunovac
I-29	prosinac 2010.	Dohodovna i cjenovna elastičnost hrvatske robne razmjene – analiza panel-podataka	Vida Bobić
I-30	siječanj 2011.	Model neravnoteže na tržištu kredita i razdoblje kreditnog loma	Ana Maria Čeh, Mirna Dumičić, Ivo Krznar
I-31	travanj 2011.	Analiza kretanja domaće stope inflacije i Phillipsova krivulja	Ivo Krznar
I-32	svibanj 2011.	Identifikacija razdoblja recesija i ekspanzija u Hrvatskoj	Ivo Krznar
I-33	listopad 2011.	Globalna kriza i kreditna euroizacija u Hrvatskoj	Tomislav Galac
I-34	studen 2011.	Središnja banka kao krizni menadžer u Hrvatskoj – analiza hipotetičnih scenarija	Tomislav Galac
I-35	siječanj 2012.	Ocjena utjecaja monetarne politike na kredite stanovništvu i poduzećima: FAVEC pristup	Igor Ljubaj
I-36	ožujak 2012.	Jesu li neke banke blaže od drugih u primjeni pravila klasifikacije plasmana	Tomislav Ridzak
I-37	veljača 2012.	Procjena matrica kreditnih migracija pomoću agregatnih podataka – bajesovski pristup	Davor Kunovac
I-38	svibanj 2012.	Procjena potencijalnog outputa u Republici Hrvatskoj primjenom multivarijantnog filtra	Nikola Bokan i Rafael Ravnik
I-39	listopad 2012.	Način na koji poduzeća u Hrvatskoj određuju i mijenjaju cijene svojih proizvoda: rezultati ankete poduzeća i usporedba s eurozonom	Andreja Pufnik i Davor Kunovac
I-40	ožujak 2013.	Financijski uvjeti i gospodarska aktivnost	Mirna Dumičić i Ivo Krznar
I-41	travanj 2013.	Trošak zaduživanja odabranih zemalja Europske unije i Hrvatske – uloga prelijevanja vanjskih šokova	Davor Kunovac
I-42	svibanj 2015.	Brza procjena BDP-a upotrebom dostupnih mjesečnih indikatora	Davor Kunovac, Borna Špalat
I-43	lipanj 2014.	Pokazatelji financijskog stresa za male otvorene visokoeuroizirane zemlje – primjer Hrvatske	Mirna Dumičić

Upute autorima

Hrvatska narodna banka objavljuje u svojim povremenim publikacijama Istraživanja, Pregledi i Tehničke bilješke znanstvene i stručne radove zaposlenika Banke i vanjskih suradnika.

Prispjeli radovi podliježu postupku recenzije i klasifikacije koji provodi Komisija za klasifikaciju i vrednovanje radova. Autori se u roku od najviše dva mjeseca od primitka njihova rada obavještavaju o odluci o prihvatanju ili odbijanju članka za objavljivanje.

Radovi se primaju i objavljuju na hrvatskom i/ili na engleskom jeziku.

Radovi predloženi za objavljivanje moraju ispunjavati sljedeće uvjete.

Tekstovi moraju biti dostavljeni elektroničkom poštom ili optičkim medijima (CD, DVD), a mediju treba priložiti i ispis na papiru. Zapis treba biti u formatu Microsoft Word.

Na prvoj stranici rada obvezno je navesti naslov rada, ime i prezime autora, akademske titule, naziv ustanove u kojoj je autor zaposlen, suradnike te potpunu adresu na koju će se autoru slati primjerci za korekturu.

Dodatne informacije, primjerice zahvale i priznanja, poželjno je uključiti u tekst na kraju uvodnog dijela.

Na drugoj stranici svaki rad mora sadržavati sažetak i ključne riječi. Sažetak mora biti jasan, deskriptivan, pisan u trećem licu i ne dulji od 250 riječi (najviše 1500 znakova). Ispod sažetka treba navesti do 5 ključnih pojmova.

Tekst treba biti otipkan s proredom, na stranici formata A4. Tekst se ne smije oblikovati, dopušteno je samo podebljavanje (bold) i kurziviranje (italic) dijelova teksta. Naslove je potrebno numerirati i odvojiti dvostrukim proredom od teksta, ali bez formatiranja.

Tablice, slike i grafikoni koji su sastavni dio rada, moraju biti pregledni, te moraju sadržavati broj, naslov, mjerne jedinice,

legendu, izvor podataka te bilješke. Bilješke koje se odnose na tablice, slike ili grafikone treba obilježiti malim slovima (a, b, c...) i ispisati ih odmah ispod. Ako se posebno dostavljaju (tablice, slike i grafikoni), potrebno je označiti mjesta u tekstu gdje dolaze. Numeracija mora biti u skladu s njihovim slijedom u tekstu te se na njih treba referirati prema numeraciji. Ako su već umetnuti u tekst iz nekih drugih programa, onda je potrebno dostaviti i te datoteke u formatu Excel (grafikoni moraju imati pripadajuće serije podataka).

Ilustracije trebaju biti u standardnom formatu EPS ili TIFF s opisima u Helvetic (Arial, Swiss) veličine 8 točaka. Skenirane ilustracije trebaju biti rezolucije 300 dpi za sivu skalu ili ilustraciju u punoj boji i 600 dpi za lineart (nacrti, dijagrami, sheme).

Formule moraju biti napisane čitljivo. Indeksi i eksponenti moraju biti jasni. Značenja simbola moraju se objasniti odmah nakon jednadžbe u kojoj se prvi put upotrebljavaju. Jednadžbe na koje se autor poziva u tekstu potrebno je obilježiti serijskim brojevima u zagradi uz desnu marginu.

Bilješke na dnu stranice treba označiti arapskim brojkama podignutima iznad teksta. Trebaju biti što kraće i pisane slovima manjima od slova kojima je pisan tekst.

Popis literature dolazi na kraju rada, a u njega ulaze djela navedena u tekstu. Literatura treba biti navedena abecednim redom prezimena autora, a podaci o djelu moraju sadržavati i podatke o izdavaču, mjesto i godinu izdavanja.

Uredništvo zadržava pravo da autoru vrati na ponovni pregled prihvaćeni rad i ilustracije koje ne zadovoljavaju navedene upute.

Pozivamo zainteresirane autore koji žele objaviti svoje radove da ih pošalju na adresu Direkcije za izdavačku djelatnost, prema navedenim uputama.

Hrvatska narodna banka izdaje sljedeće publikacije:

Godišnje izvješće Hrvatske narodne banke

Redovita godišnja publikacija koja sadržava godišnji pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja te pregled statistike.

Polugodišnje izvješće Hrvatske narodne banke

Redovita polugodišnja publikacija koja sadržava polugodišnji pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja te pregled statistike.

Tromjesečno izvješće Hrvatske narodne banke

Redovita tromjesečna publikacija koja sadržava tromjesečni pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja.

Bilten o bankama

Redovita publikacija koja sadržava pregled i podatke o bankama.

Bilten Hrvatske narodne banke

Redovita mjesečna publikacija koja sadržava mjesečni pregled novčanih i općih ekonomskih kretanja te pregled monetarne statistike.

Istraživanja Hrvatske narodne banke

Povremena publikacija u kojoj se objavljuju kraći znanstveni radovi zaposlenika Banke i vanjskih suradnika.

Pregledi Hrvatske narodne banke

Povremena publikacija u kojoj se objavljuju stručni radovi zaposlenika Banke i vanjskih suradnika.

Tehničke bilješke

Povremena publikacija u kojoj se objavljuju informativni radovi zaposlenika Banke i vanjskih suradnika.

Hrvatska narodna banka izdaje i druge publikacije: numizmatička izdanja, brošure, publikacije na drugim medijima (CD-ROM, DVD), knjige, monografije i radove od posebnog interesa za Banku, zbornike radova s konferencija kojih je organizator ili suorganizator Banka, edukativne materijale i druga slična izdanja.

ISSN 1334-0077 (online)